UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DINÂMICAS DOS OCEANOS E DA TERRA

GUSTAVO DOS SANTOS SOUZA

INVERSÃO SÍSMICA ELÁSTICA BAYESIANA BASEADA EM ENSEMBLE COM ASSIMILAÇÃO MÚLTIPLA DE DADOS (ES-MDA) NO PRÉ-SAL DA BACIA DE SANTOS

Niterói, RJ

2026

GUSTAVO DOS SANTOS SOUZA

INVERSÃO SÍSMICA ELÁSTICA BAYESIANA BASEADA EM ENSEMBLE COM ASSIMILAÇÃO MÚLTIPLA DE DADOS (ES-MDA) NO PRÉ-SAL DA BACIA DE SANTOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e Terra, da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre. Área de Concentração: Geociências

Orientador: Dr. Wagner Moreira Lupinacci

Niterói, RJ

2026

Ficha catalográfica automática - SDC/BIG
Gerada com informações fornecidas pelo autor

S237i Santos Souza, Gustavo dos
INVERSÃO SÍSMICA ELÁSTICA BAYESIANA BASEADA EM ENSEMBLE COM ASSIMILAÇÃO MÚLTIPLA DE DADOS (ES-MDA) NO PRÉ-SAL DA BACIA DE SANTOS / Gustavo dos Santos Souza. - 2026.
77 p.: il.

Orientador: Wagner Moreira Lupinacci.
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Geociências, Niterói, 2026.

1. Inversão sísmica elástica probabilística. 2. Inferência bayesiana. 3. Assimilação de dados. 4. Pré-sal. 5. Produção intelectual. I. Moreira Lupinacci, Wagner, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Geociências. III. Título.

CDD - XXX

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

GUSTAVO DOS SANTOS SOUZA

INVERSÃO SÍSMICA ELÁSTICA BAYESIANA BASEADA EM ENSEMBLE COM ASSIMILAÇÃO MÚLTIPLA DE DADOS NO PRÉ-SAL DA BACIA DE SANTOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e Terra, da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre. Área de Concentração: Geociências

Aprovado em 10 de junho de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Wagner Moreira Lupinacci, Dr. (Orientador) - Universidade Federal Fluminense

---

Elita Silmara de Abreu, Dr. - Universidade Federal Fluminense

---

Leonardo Márcio Teixeira da Silva, Dr. - Petrobras

Ulisses Miguel da Costa Correia, Dr. - Viridien

Niterói, RJ

2026

.

“Aquilo em que nossa mente se concentra se torna o nosso mundo.”

Haemin Sunim

Agradecimentos

Aos meus pais, Luiz e Andrea, bem como a todos os amigos e companheiros de trabalho, agradeço pelo apoio, incentivo e confiança em meu potencial ao longo de toda essa trajetória.

Agradecimentos especiais ao meu orientador, Wagner Moreira Lupinacci, pela orientação, pelos valiosos ensinamentos e pelo apoio, assim como por sua atuação no Grupo de Interpretação Exploratória e Caracterização de Reservatórios (GIECAR). Sou também grato a todos os professores do Departamento de Geologia e Geofísica da Universidade Federal Fluminense (UFF), cujas contribuições foram fundamentais para minha formação acadêmica. Agradeço ao Leonardo Teixeira, da Petrobras, pela participação no projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação (PD&I) do qual esta dissertação de mestrado faz parte. Agradeço à Petrobras pela disponibilização dos dados e pelos investimentos em projetos de PD&I na UFF, fundamentais para o avanço da ciência e da geofísica no país. Meus sinceros agradecimentos a todos os membros do GIECAR, em especial aos pesquisadores e estudantes da sala 411, pelas contribuições no projeto Búzios e pela amizade construída ao longo desse período.

Por fim, agradeço a todos os desenvolvedores de bibliotecas Python de código aberto voltadas à geoestatística, matemática computacional e geofísica por sua inestimável contribuição para facilitar o acesso à ciência de alto nível.

Resumo

A inversão sísmica elástica é uma ferramenta fundamental na caracterização sísmica de reservatórios, pois permite estimar parâmetros elásticos da subsuperfície, como as velocidades das ondas P (Vp) e S (Vs) e a densidade, a partir de dados sísmicos pré-empilhados. Esses parâmetros são amplamente utilizados em aplicações como discriminação de fácies, análise de fluidos e avaliação de incertezas em modelos de reservatório, sendo a impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is) particularmente relevante em contextos geológicos complexos, como os reservatórios do pré-sal. No entanto, a inversão sísmica constitui um problema inverso desafiador, caracterizado por não linearidade, sensibilidade ao ruído e não unicidade das soluções. Neste trabalho, é realizada uma comparação entre dois métodos de inversão sísmica elástica probabilística: a inversão Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA) e a AVO de abordagem Bayesiana linearizada, utilizada como benchmark. O objetivo é avaliar o desempenho dessas abordagens na estimativa dos parâmetros elásticos, com ênfase na recuperação do Ip e Is e na representação das incertezas associadas às soluções. A metodologia é aplicada a dados sísmicos OBN broadband do Campo de Búzios, na Bacia de Santos, caracterizados por ampla banda de frequências, elevada razão sinal-ruído e cobertura azimutal completa. O fluxo de trabalho inclui o pré-condicionamento dos dados sísmicos, a estimação de wavelets estatísticas, a modelagem das incertezas dos dados e a construção de modelos *a priori* por meio de geoestatística. Os resultados permitem comparar os métodos quanto à estabilidade das estimativas, à correlação com os dados de poço e ao comportamento das incertezas, contribuindo para uma melhor compreensão das potencialidades e limitações de cada abordagem na inversão sísmica elástica probabilística aplicada ao pré-sal.

Palavras-chave: inversão sísmica elástica, inversão sísmica probabilística, inferência bayesiana, assimilação de dados, pré-sal

Abstract

Elastic seismic inversion is a fundamental tool in reservoir characterization, as it allows the estimation of subsurface elastic parameters, such as P-wave velocity (Vp), S-wave velocity (Vs), and density, from pre-stack seismic data. These parameters are widely used in applications such as facies classification, fluid analysis and uncertainty assessment in reservoir models, with the acoustic impedance (AI) and shear impedance (SI) being particularly relevant in complex geological settings, such as pre-salt reservoirs. However, seismic inversion constitutes a challenging inverse problem, characterized by nonlinearity, sensitivity to noise and solution non-uniqueness. This work presents a comparison between two probabilistic elastic seismic inversion methods: the Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA) method and the linearized Bayesian AVO inversion approach, used as benchmark. The objective is to evaluate the performance of these approaches in estimating elastic parameters, with emphasis on the recovery of the AI and SI and the representation of associated uncertainties. The methodology is applied to OBN broadband seismic data from the Búzios Field, Santos Basin, characterized by a wide frequency bandwidth, high signal-to-noise ratio, and full azimuthal coverage. The workflow includes seismic data preconditioning, statistical wavelet estimation, data uncertainty modeling, and the construction of priori models using geostatistics. The results allow a comparison of the methods in terms of estimate stability, correlation with well data and uncertainty, contributing to a better understanding of the potentialities and limitations of each approach in probabilistic elastic seismic inversion applied to pre-salt reservoirs.

Keywords: elastic seismic inversion. Bayesian inference. ES-MDA. pre-salt. uncertainty.

Lista de Figuras

Figura 1 - Ilustração do conceito de inversão sísmica. 19

Figura 2 - Função objetivo de um modelo não linear. 22

Figura 3 - Exemplo de máxima a posteriori no caso linear, que pode ser representada usando a média e o desvio padrão (superior) e através da ilustração das PDFs (inferior)..... 25

Figura 4 - Ilustração da covariância via amostragem de um ensemble de modelos. 26

Figura 5 - Ilustração do ciclo de previsão e atualização do filtro de Kalman. À esquerda, distribuição a priori do estado ao longo do tempo, onde a linha contínua representa a média preditiva e as distribuições verticais indicam a incerteza associada a cada previsão. À direita, distribuição a posteriori após a assimilação da observação no instante tn, mostrando a correção da estimativa do estado (atualização) e a consequente atualização da previsão para o instante seguinte $tn + 1$. Por Emerick & Reynolds (2013). 28

Figura 6 - À esquerda motivação da krigagem: estimar um ponto utilizando amostras ao redor. À direita temos uma ilustração do variograma, modelo utilizado para representar a correlação espacial das amostras, úteis para encontrar os pesos λ. 32

Figura 7 - Ilustração de dois variogramas e suas representações no espaço 1D e 2D. Isotrópico à esquerda e anisotrópico à direita..... 33

Figura 8 - Ilustração de krigagem utilizando um variograma isotrópico (verde) e um variograma anisotrópico (azul e laranja). 34

Figura 9 - Comparação de krigagem e krigagem com segunda variável utilizando amostras mal amostradas. 35

Figura 10 - Ilustração de 4 simulações SGS. 36

Figura 11 - Ilustração de uma simulação com FFT-MA condicionada. 37

Figura 12 - Fluxo de trabalho para a inversão elástica estocástica. 38

Figura 13 - Ilustração do modelo RGT e sua aplicação para acessar as camadas do modelo. 40

Figura 14 - Variograma anisotrópico de Ip, com direção preferencial e alcance semelhante aos demais parâmetros elásticos. 41

Figura 15 - Comparação da abordagem de krigagem e krigagem com segunda variável aplicada nos dados de Búzios. 42

Figura 16 – Exemplo de uma matriz de covariância à esquerda construída com a função de correlação temporal ilustrada à direita. 43

Figura 17 - Exemplo de *ensemble* com 500 modelos. 44

Figura 18 - Exemplo de um dos modelos que compõem o *ensemble* de Vp. 45

Figura 19 – Experimento de Emerick (2025) ilustrando o efeito do número de valores singulares Nrna representação do modelo. À esquerda, mapas reconstruídos para diferentes limiares ϵ e números de valores singulares retidos, evidenciando a redução progressiva da variabilidade espacial à medida que Nrdiminui. À direita, a curva preta mostra a energia acumulada em função de Nr, enquanto a curva vermelha indica o valor singular correspondente, destacando o compromisso entre complexidade do modelo e retenção de energia. 46

Figura 20 - Mapa de Localização do Campo de Búzios. 50

Figura 21 - Modelo de velocidade intervalar obtido via FWI com sismica *full stack* ao fundo. 51

Figura 22 - Seção sísmica XL-5733 com dado original (esquerda) e dado condicionado (direita). 51

Figura 23 – *Partial-stacks near, mid, far e ufar* apresentados lado a lado para cada 25 traços. 52

Figura 24 - Horizontes disponibilizados no projeto no domínio da profundidade. 53

Figura 25 - Espectro de Amplitude do dado sísmico de entrada em comparação com a sísmica com filtro *low-cut butterworth* de 6hz e ordem 3. 54

Figura 26 - Dado sísmicos antes (esquerda) e após (direita) a aplicação de filtro *low-cut butterworth* de 6Hz e ordem 3. 54

Figura 27 - Comparação dos resultados da inversão sísmica para impedância acústica em 4 poços utilizando a banda de frequência original do dado sísmico e após a aplicação do filtro de corte de baixas frequências. 55

Figura 28 - Mapas de RMS e frequência dominante extraídos no intervalo Base do Sal menos 100ms e Piçarras mais 200ms. 56

Figura 29 - Espectros de amplitude extraídos em 5 áreas no Campo de Búzios, com janela da Base do Sal-100ms até Base do Sal+1200ms. 57

Figura 30 - *Wavelets* estatísticas estimadas a partir dos *partial-stacks*. 57

Figura 31 - Valores dos fatores de escala ótimos dos poços para cada *partial-stack*. Esses escalares ótimos são obtidos através da minimização do resíduo. 58

Figura 32 - Comparação dos resultados da inversão sísmica elástica para a impedância acústica (Ip) obtidos pelos métodos ES-MDA e bayesiano analítico linearizado. (a) Dado sísmico *full-stack* (b) Média a posteriori estimada pelo ES-MDA (c) Média a posteriori estimada pelo método bayesiano analítico linearizado (d) Desvio padrão a posteriori estimado pelo ES-MDA (e) Desvio padrão a posteriori estimado pelo método bayesiano analítico linearizado. 60

Figura 33 - Comparação dos resultados da inversão sísmica elástica para a impedância de cisalhamento (Is) obtidos pelos métodos ES-MDA e bayesiano analítico linearizado. (a) Dado sísmico *full-stack* (b) Média a posteriori estimada pelo ES-MDA (c) Média a posteriori estimada pelo método bayesiano analítico linearizado (d) Desvio padrão a posteriori estimado pelo ES-MDA (e) Desvio padrão a posteriori estimado pelo método bayesiano analítico linearizado. 61

Figura 34 - Mapas da média e do desvio padrão da impedância acústica e da impedância de cisalhamento do método ES-MDA extraídos do intervalo superior da Formação Barra Velha. O intervalo corresponde à janela compreendida entre a base do sal menos 30 ms e a discordância intra-Alagoas, interpretada como o evento sísmico imediatamente acima da discordância pré-Alagoas. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior. 62

Figura 35 - Mapas de média de impedância acústica e impedância de cisalhamento do método ES-MDA extraídos no intervalo inferior da Barra Velha. Foram utilizados os horizontes da discordância intra-Alagoas até a discordância pré-Alagoas. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior. 63

Figura 36 - Mapas de média de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is) extraídos no intervalo da Fm. Itapema Foram utilizados os horizontes da discordância pré-Alagoas até a discordância pré-Jiquiá. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior. 64

Figura 37 - Impedância acústica média da inversão ES-MDA (vermelho) comparada com os dados de poços (preto) e o modelo inicial (azul). Retângulo em verde representa o intervalo de extração da correlação. 66

Figura 38- Impedância de cisalhamento média da inversão ES-MDA (vermelho) comparada com os dados de poços (preto) e o modelo inicial (azul). Retângulo em verde representa o intervalo de extração da correlação. 67

Figura 39 - Métricas de desempenho da inversão sísmica elástica estocástica ES-MDA. PDF a priori, a posteriori e calculada nos perfis de poços para a (a) impedância acústica e (b) impedância de cisalhamento. *Crossplot* entre o parâmetro invertido e o medido nos poços para (c) impedância acústica e (d) impedância de cisalhamento. Correlação dos parâmetros invertidos com os dados de poços (e) impedância acústica e (f) impedância de cisalhamento. As estatísticas foram calculadas no intervalo que compreende a Fm. Barra Velha e Fm. Itapema. 68

Figura 40 - *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS) do método ES-MDA em comparação com a inversão linear Bayesiana. 69

Figura 41 - PDFs da inversão sísmica elástica estocástica ES-MDA versus inversão linear Bayesiana analítica..... 70

Figura 42 - Comparação de percentis P10, P50 e P90 de impedância acústica dos métodos ES-MDA e analítico linear. 71

Figura 43 - Ganhos de Kalman para cada inflação do ES-MDA comparado com analítico linear (sem inflação). 72

Figura 44 - Comparação do tempo de execução estimado para os diferentes métodos de inversão sísmica avaliados. 73

Sumário

1. INTRODUÇÃO 15
1.1 Histórico de Inversão Sísmica 15
1.2 Tipos de inversão 17
1.3 Escopo do trabalho 18
2. CONCEITOS DE INVERSÃO SÍSMICA 19
2.1 Modelo Direto 20
2.2 Problema Inverso 22
2.3 Teorema de Bayes 23
2.4 Máxima a Posteriori (MAP) 24
2.4.1 Caso linear 24
2.4.2 Caso não-linear 25
2.5 Métodos Baseados em Ensemble 26
2.5.1 Kalman Filter: um estimador bayesiano 27
2.5.2 Ensemble Kalman Filter (EnKF) 28
2.5.3 Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA) 29
3. ALGORITMOS DE GEOESTATÍSTICA 31
3.1 Krigagem 31
3.1.1 Semivariograma 32
3.1.2 Variograma anisotrópico 33
3.2 Krigagem com Segunda Variável 34
3.3 Simulações Estocásticas 35
3.3.1 Simulação Gaussiana Sequencial (Sequential Gaussian Simulation – SGS) 35
3.3.2 Campos Aleatórios Estruturados Condicionados 36
4. METODOLOGIA 38
4.1 Geração do ensemble de modelos 39
4.1.1 Construção do Modelo de Baixa Frequência usando RGT 39
4.1.2 Modelagem da $\boldsymbol{Cm}$ e Decomposição de Cholesky 42
4.2 Inversão Sísmica ES-MDA no subespaço 45
4.3 Modelagem do erro do dado 47
5. APLICAÇÃO E DISCUSSÃO 49

5.1 Área de Estudo 49
5.2 Filtragem das baixas frequências 53
5.3 Wavelets e fator de escala 55
5.4 Inversão Sísmica Elástica Probabilística 58
5.4.1 Resultados em seção e mapas 59
5.4.2 Avaliação Quantitativa da Inversão nos Poços 64
6. CONCLUSÕES 74
REFERÊNCIAS 75

1. INTRODUÇÃO

A inversão sísmica é um processo fundamental na geofísica de exploração e na caracterização de reservatórios, pois converte dados de amplitude sísmica — relativos e associados a contrastes entre camadas — em impedância acústica e/ou parâmetros elásticos com valores absolutos, diretamente relacionados às formações geológicas. Essas propriedades são tradicionalmente obtidas em poços, que fornecem informações unidimensionais, o processo de inversão sísmica permite estimá-las em todo o volume sísmico, gerando um modelo tridimensional de subsuperfície. Com isso, aplicações como classificação de fácies e estimativa de propriedades petrofísicas, antes restritas aos dados de poço, passam a ter uma abordagem volumétrica. Isso oferece uma visão lateral detalhada do reservatório, essencial para o planejamento de poços, definição de estratégias de produção e tomada de decisão mais precisa. Além disso, a inversão sísmica tem potencial de aumentar a resolução sísmica (Hill, 2005), reduzindo a espessura mínima de detecção em áreas afetadas pelo efeito *tuning*. Essa melhoria viabiliza a identificação de camadas geológicas mais finas, contribuindo para interpretações mais precisas, ampliando seu valor na exploração e no desenvolvimento de campos de óleo e gás.

1.1 Histórico de Inversão Sísmica

O método sísmico de reflexão tem suas bases nos desenvolvimentos da teoria da elasticidade e da propagação de ondas no século XIX, que forneceram o arcabouço matemático necessário para a descrição do comportamento das ondas sísmicas em meios contínuos. Esses fundamentos permitiram o surgimento da sismologia como ciência observacional no final do século XIX, com o desenvolvimento dos primeiros sismógrafos modernos e a identificação das ondas compressivas (P) e cisalhantes (S), estabelecendo os princípios físicos que sustentam a interpretação sísmica. No início do século XX, esses fundamentos foram formalizados em modelos físicos capazes de relacionar a propagação das ondas sísmicas às propriedades do meio. Destaca-se o trabalho de Zoeppritz, publicado em 1919, que descreveu quantitativamente a reflexão e a refração de ondas sísmicas em interfaces elásticas. Essas formulações consolidaram o chamado problema direto da sísmica de reflexão, no qual a resposta sísmica é prevista a partir de um modelo conhecido do meio, constituindo a base conceitual sobre a qual a inversão sísmica viria a se desenvolver nas décadas seguintes.

Entre as décadas de 1920 e 1940, a geofísica passou por um processo de consolidação como ferramenta aplicada, impulsionado principalmente pela exploração de recursos naturais, como na indústria do petróleo. A partir das décadas de 1950 e 1960, o advento da computação transformou profundamente a geofísica. Técnicas de processamento sísmico, como correção de sobretempo normal (NMO), empilhamento e migração, tornaram-se viáveis em larga escala. Nesse contexto, consolidou-se o modelo convolucional, no qual o traço sísmico é descrito como a convolução de uma wavelet com uma série de coeficientes de refletividade associados a contrastes dos parâmetros elásticos. Essa representação, embora aproximada em relação à física completa da

propagação de ondas, mostrou-se fundamental para o desenvolvimento de métodos práticos de interpretação e inversão de dados sísmicos.

Entre as décadas de 1960 e 1970, consolidou-se a formulação da geofísica como um campo de problemas inversos, impulsionada pelo desenvolvimento de métodos matemáticos para tratar problemas mal-postos e pela crescente disponibilidade de dados sísmicos. Nesse contexto, a regularização de Tikhonov, introduzida no início da década de 1960, forneceu os fundamentos matemáticos para estabilizar soluções inversas, impondo restrições adicionais aos modelos estimados e controlando a amplificação de ruído. Em paralelo, os trabalhos de Backus e Gilbert (1967–1968) estabeleceram conceitos fundamentais como resolução, estabilidade e não unicidade, criando uma base teórica rigorosa para a inversão de dados geofísicos. A partir desse arcabouço, surgiram os primeiros métodos sistemáticos de inversão sísmica, com destaque para a inversão linear de traços sísmicos e a estimação de impedância acústica, como nos trabalhos de Delas (1970), Lindseth (1972) e Lavergne (1977). Esse período marcou uma mudança conceitual significativa, na qual a geofísica passou a se concentrar não apenas na imagem estrutural do subsolo, mas também na estimativa quantitativa de propriedades físicas.

Um avanço decisivo na evolução da inversão sísmica foi a consolidação da metodologia *model-based*. Essa abordagem baseia-se no ajuste iterativo das propriedades elásticas, incorporando explicitamente informações *a priori* e termos de regularização, o que proporciona maior estabilidade e controle sobre a suavização do modelo estimado. Embora inversão *model-based* não possa ser atribuída a um único trabalho ou autor, houve trabalhos precursores como o de Lindseth (1979), voltado à inversão de impedância acústica, e o de Tarantola (1984), que tratou a inversão sísmica como um problema de ajuste iterativo. A consolidação da inversão *model-based* ocorreu e se popularizou entre o final da década de 1980 e o início da década de 1990, quando autores como Hampson e Russell sistematizaram e compararam esses métodos no contexto da inversão sísmica de dados pós-empilhamento, contribuindo para sua disseminação na indústria de óleo e gás.

Paralelamente, a linearização das equações de Zoeppritz, apresentada por Aki e Richards (1980) ampliou significativamente o escopo da inversão sísmica, ao possibilitar a análise de amplitudes dependentes do afastamento e do ângulo de incidência (AVO/AVA). A partir desse avanço, surgiram os primeiros métodos de inversão sísmica elástica baseados em dados pré-empilhados, com trabalhos pioneiros como os de Smith (1987), Rutherford (1989) e Fatti et al. (1994), que demonstraram a viabilidade da estimativa separada das impedâncias P e S. Posteriormente, Connolly (1999) reformulou esse problema ao introduzir o conceito de impedância elástica estendida.

Na medida em que a quantificação da incerteza em modelos de inversão sísmica tornou-se uma preocupação central, abriram-se caminhos para abordagens estocásticas e probabilísticas. Essas metodologias passaram a permitir não apenas a estimativa dos parâmetros elásticos, mas também de sua variabilidade, incorporando explicitamente erros nos dados sísmicos, no modelo inicial e na wavelet. Nesse contexto, Buland e Omre (2003) propuseram a inversão AVO bayesiana linearizada, integrando a aproximação

linearizada de Aki & Richards para reflexão sísmica a uma formulação estatística multivariada. Trabalhos subsequentes dos mesmos autores estenderam essa formulação para a estimativa bayesiana da wavelet (Buland & Omre, 2003).

Em 2013, Emerick e Reynolds propuseram o método de inversão ES-MDA (Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation), que combina o conceito de inferência bayesiana usada desde a década de 60 por Kalman com conceitos de assimilação de dados em múltiplas etapas com o framework de ensemble. Ensemble é um conjunto de modelos que representam a distribuição de incerteza do dado. Isto permite atualizar iterativamente um conjunto de modelos físicos a partir de medições observadas, incorporando incerteza e covariância entre parâmetros. A primeira aplicação do ES-MDA foi para inverter o problema de historical matching. Posteriormente, o método foi adaptado para inversão sísmica, sendo particularmente eficaz em lidar com não linearidades na relação entre propriedades elásticas e dados sísmicos (Mingliang & Grana, 2018).

1.2 Tipos de inversão

Atualmente, as inversões sísmicas podem ser classificadas da seguinte maneira: A inversão acústica utiliza dados pós-empilhados (*post-stack*) e estima apenas a impedância acústica. A inversão elástica trabalha com dados pré-empilhados (*pre-stack*) ou empilhados parcialmente (*partial-stack*), permitindo estimar três propriedades elásticas: velocidade da onda P (Vp), velocidade da onda S (Vs) e densidade. A inversão acústica é amplamente mais utilizada devido à sua simplicidade em relação à inversão elástica e por não precisar de dados pré-empilhados, que nem sempre estão disponíveis. Mesmo quando estão, o processo demanda etapas adicionais de condicionamento, como o alinhamento entre gathers, o uso de dados sônicos cisalhantes e a construção de modelos iniciais separados para Vp, Vs e densidade — além da análise de wavelets para cada *partial-stack*. Embora a inversão elástica exija mais recursos e etapas, com os parâmetros elásticos estimados é possível derivar também a razão Vp/Vs, que pode ser extremamente útil para a discriminação de fácies e detecção de fluidos em determinados contextos geológicos, como por exemplo no pré-sal.

Além da classificação quanto aos dados e parâmetros invertidos, a inversão sísmica também pode ser categorizada pelo método de solução. A inversão determinística fornece uma única solução, sendo amplamente utilizada devido à sua simplicidade e à necessidade de apenas um modelo inicial. Em contraste, a inversão estocástica produz um conjunto de modelos possíveis, a partir do qual podem ser extraídas estatísticas e distribuições de probabilidade. Abordagens probabilísticas podem ser formuladas sem métodos estocásticos explícitos, assumindo solução analítica baseada em distribuições gaussianas, o que permite descrever a solução em termos de média e desvio padrão. Embora mais custosa computacionalmente, a inversão estocástica possibilita a quantificação da incerteza e a análise de múltiplos cenários, sendo particularmente relevante em aplicações de caracterização de reservatórios.

A inversão sísmica depende essencialmente de três entradas: dados sísmicos, wavelet e modelo inicial (ou conjunto de modelos). A qualidade dessas entradas define a confiabilidade dos resultados. Dados bem adquiridos e condicionados, com alta razão sinal-ruído, geram volumes invertidos mais precisos e consistentes. O modelo inicial fornece as baixas frequências ausentes na sísmica, fundamentais para representar tendências geológicas e garantir valores absolutos. Em inversões estocásticas, conjuntos de modelos podem reproduzir variações espaciais, incorporando incertezas. A escolha da wavelet é igualmente importante, pois influencia diretamente o sintético e o resíduo; por isso, testar diferentes wavelets é essencial. Em geral, a inversão sísmica elástica utiliza uma wavelet univariante no tempo para cada *stack-partial*.

1.3 Escopo do trabalho

O presente trabalho implementa o método Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA) em um fluxo de inversão sísmica elástica estocástica, originalmente desenvolvido por Emerick & Reynolds (2013), no contexto de *history matching*, e posteriormente adaptado para inversão sísmica elástica por Liu & Grana em 2018. A primeira aplicação do ES-MDA a dados do pré-sal foi realizada por Fernandes & Lupinacci (2022), entretanto restrita a um fluxo de inversão acústica. Assim, este trabalho constitui, até onde se tem conhecimento, a primeira aplicação e publicação de uma inversão sísmica elástica estocástica baseada em ES-MDA utilizando dados do pré-sal da Bacia de Santos.

Para fins de comparação, a inversão AVO linearizada Bayesiana, proposta por Buland & Omre (2003) e amplamente utilizada na literatura, é adotada como modelo de referência (*benchmark*). O foco central da análise consiste em avaliar a capacidade de cada metodologia em recuperar impedância acústica e impedância de cisalhamento coerentes com as medições de poço, considerando não apenas as estimativas médias, mas também as distribuições de incerteza associadas. Busca-se, dessa forma, verificar se os métodos produzem incertezas realistas, compatíveis com o comportamento geológico esperado e com as limitações inerentes aos dados sísmicos.

Para a realização do estudo empregou-se dados sísmicos OBN *broadband* do Campo de Búzios, cuja elevada qualidade é caracterizada por ampla banda de frequências, alta cobertura azimutal e presença de ângulos ultra *far offset*. Tais características possibilitam uma melhor exploração da sensibilidade do sinal sísmico às propriedades elásticas, permitindo testar o desempenho das técnicas de inversão em um ambiente desafiador e de grande relevância geológica. Toda a implementação metodológica foi desenvolvida integralmente em linguagem de programação de código aberto, sem a utilização de softwares proprietários.

2. CONCEITOS DE INVERSÃO SÍSMICA

Para entender em detalhes o processo de inversão sísmica, é fundamental compreender primeiro a modelagem direta do traço sísmico, pois a inversão pode ser vista como o processo inverso da modelagem, como ilustrado na Figura 1. Na modelagem direta (Eq. 1), busca-se modelar a propagação de um pulso sísmico — normalmente representado por uma *wavelet* — através de um meio elástico com interfaces refletoras, ou seja, a subsuperfície terrestre. O resultado dessa modelagem direta é chamado dado sísmico sintético (d_{syn}), que representa a amplitude sísmica em função do tempo de trânsito da onda. As reflexões sísmicas presentes nesse dado estão diretamente relacionadas às propriedades do meio, conhecidas como parâmetros elásticos m. No processo de inversão, busca-se fazer o caminho oposto, a partir de um dado sísmico observado d_{obs}, procura-se estimar os parâmetros elásticos que melhor reproduzem esse dado dentro de um modelo definido. Matricialmente, o modelo físico pode ser escrito como:

$$\mathbf{d}_{syn} = \mathbf{G}.\mathbf{m}, \tag{1}$$

no qual $\mathbf{G}$ é o operador de modelagem que quando multiplicado com um vetor de parâmetros $m = [\ln(Ip)\,,\ \ln(Is)\,,\ \ln(\rho)]$ resulta no dado.

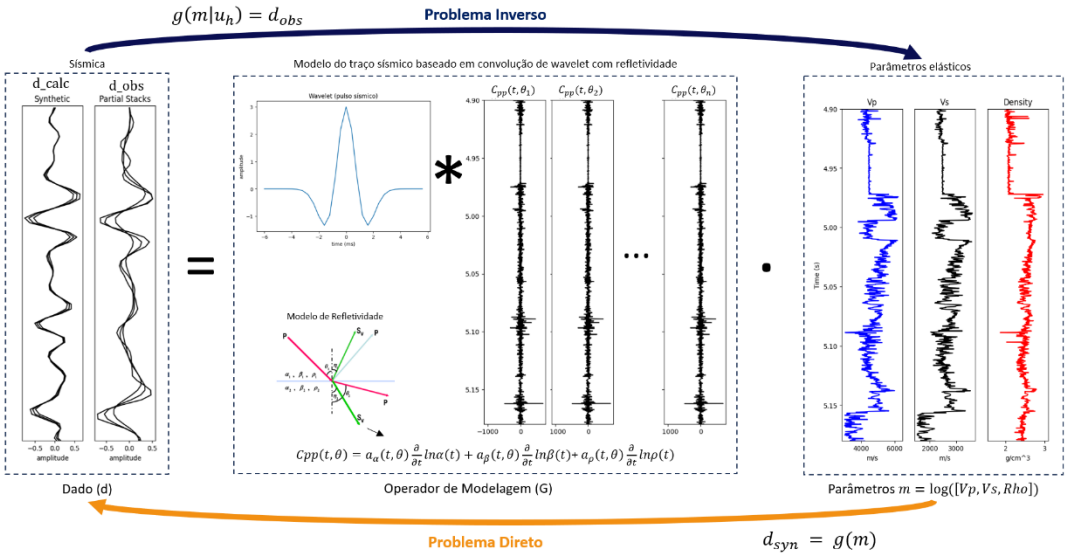

Figura 1 - Ilustração do conceito de inversão sísmica.

Sendo assim, para introduzir a teoria da inversão sísmica, iniciaremos com a apresentação do modelo sísmico elástico, que é o modelo direto incorporado no operador **G**. Em seguida, o problema inverso é apresentado, o que possibilita abordar os algoritmos de inversão sísmica, começando pela abordagem mais simples até chegar no método ES-MDA, foco deste trabalho.

2.1 Modelo Direto

A amplitude de uma reflexão sísmica não depende apenas dos contrastes de impedâncias entre camadas, mas também de diversos outros fatores, como a sensibilidade dos equipamentos, a qualidade do pulso gerado pela fonte, a presença de ruídos naturais (como ondas do mar e animais marinhos), absorção, dispersão e a anisotropia do meio. A anisotropia ocorre quando as propriedades físicas, como a velocidade de propagação das ondas sísmicas, variam de acordo com a direção. Apesar da complexidade da propagação das ondas sísmicas, o principal objetivo do geofísico é interpretar o dado sísmico em termos das propriedades das rochas em subsuperfície. Para isso, são feitas algumas simplificações, como o uso de suposições no modelo convolucional. Esse modelo considera o meio como acústico e isotrópico, e desconsidera efeitos de absorção e dispersão, os quais em geral são corrigidos durante o processamento do dado sísmico. No modelo convolucional, o traço sísmico sintético é obtido através da convolução de um pulso sísmico estacionário no tempo com uma série de coeficientes de refletividade, que representam as interfaces geológicas.

A expressão que define um dado sísmico sintético, considerando o modelo convolucional para um único ângulo de incidência é dada por:

$$d_{syn} = W * C_{pp} + n, \tag{2}$$

no qual W é o pulso sísmico, C_{pp} o perfil de refletividade e n o ruído. As refletividades C_{pp} são descritas por meio do contraste das propriedades elásticas, como densidade (ρ) e velocidades compressional (α) e cisalhante (β). (Buland & Omre, 2003; Simm & Bacon, 2014).

Zoeppritz (1919) descreveu essas reflexões em função dos ângulos de incidência. No entanto, embora sua solução seja a resolução de um sistema com operações simples, são equações não lineares. Bortfeld (1961) apresentou uma das primeiras aproximações lineares dos coeficientes de reflexão, evidenciando a dependência angular das amplitudes sísmicas. Essas ideias foram, posteriormente, sistematizadas e estendidas por Aki e Richards (1980), dando origem às formulações linearizadas que fundamentam a análise AVO (Amplitude *versus offset*). Stolt e Weglein (1985) representaram a aproximação de Aki e Richards (1980) como uma função contínua no tempo, expressa pela combinação de derivadas temporais do logaritmo das propriedades elásticas:

$$\begin{aligned} Cpp(t,\theta) = a_\alpha(t,\theta)\frac{\partial}{\partial t} ln\alpha(t) + a_\beta(t,\theta)\frac{\partial}{\partial t} ln\beta(t) \\ + a_\rho(t,\theta)\frac{\partial}{\partial t} ln\rho(t), \end{aligned} \tag{3}$$

no qual os coeficientes são definidos pelos termos:

$$a_\alpha(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \tan^2(\theta),$$

$$a_{\beta}(\theta) = 4\frac{\bar{\beta}^2}{\bar{\alpha}^2}\sin^2(\theta)\ e$$

$$a_{\rho}(\theta) = \frac{1}{2}(1 - 4\frac{\bar{\beta}^2}{\bar{\alpha}^2}\sin^2(\theta)),$$

no qual α, β e ρ são, respectivamente, os parâmetros elásticos. No caso de Aki & Richards, os parâmetros elásticos α, β e ρ são Vp, Vs e densidade, respectivamente. Outras aproximações surgiram ao longo do tempo, organizando os parâmetros elásticos de diferentes maneiras, como ilustrado na Tabela 1. Por exemplo, é possível inverter diretamente para Ip e Vp/Vs em vez de inverter para Vp, Vs e densidade para somente depois calcular os parâmetros Ip e Vp/Vs.

Tabela 1 - Coeficientes e termos utilizados em aproximações da equação de Zoeppritz da forma da equação 4. K é uma constante que represente Vs/Vp.

Autor	$\boldsymbol{\alpha}$	**β**	$\boldsymbol{\rho}$	$\boldsymbol{a_{\alpha}}$	$\boldsymbol{a_{\beta}}$	$\boldsymbol{a_{\rho}}$
Aki e Richards (1980)	Vp	Vs	ρ	$sec^2\ (\theta)$	$-8\text{K}\sin^2(\theta)$	$1 - 4\text{K}\sin^2(\theta)$
Wiggins (1993)	Ip	GI	Vp	1	$\sin^2(\theta)$	$\sin^2(\theta)\tan^2(\theta)$
Smith e Gidlow (1987), Fatti (1994)	Ip	Is	ρ	$sec^2\ (\theta)$	$-8Ksin^2(\theta)$	$-4Ksin^2(\theta)$ $-\tan^2(\theta)$
Gray Lambda (1999)	λ	μ	ρ	$(1/2 - K)sec^2(\theta)$	$K(\sec^2\theta$ $-4\sin^2\theta)$	$1 - 1/2sec^2(\theta)$
Gray Bulk (2002)	κ	μ	ρ	$\left(\frac{1}{2} - 2/3K\right)sec^2(\theta)$	$K(2/3\sec^2\theta$ $-4\sin^2\theta)$	$1 - 1/2sec^2(\theta)$
Modified Shuey	Ip	Vp/Vs	ρ	$sec^2\theta - 8Ksin^2\theta$	$8Ksin^2\theta$	$4Ksin^2\theta - \tan^2\ \theta$
Figueiredo & Grana (2025)	Ip	Vp/Vs	-	$1/2\ - 18/5Ksin^2\theta$	$4ksin^2\theta$	Não há

As operações de modelagem e inversão podem ser feitas discretizadas e através de um operador de modelagem G, onde todos os ângulos podem ser inseridos no mesmo operador, sendo assim:

$$\mathbf{G} = \mathbf{W}.\mathbf{A}.\mathbf{D} \tag{4}$$

no qual **W** é uma matriz de convolução construída a partir das *wavelets*; **A** é uma matriz com os coeficientes descritos na equação de refletividade escolhida, podendo ser qualquer uma da Tabela 1, calculados para cada ângulo de incidência; e **D** é uma matriz de derivada numérica. Sendo assim, a Eq. 4 pode ser escrita matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{obs}(\theta_1) \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{obs}(\theta_{n_\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\theta_1) & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{S}(\theta_{n_\theta}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\theta_1) \\ \vdots \\ \mathbf{c}(\theta_{n_\theta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\theta_1) \\ \vdots \\ \mathbf{e}(\theta_{n_\theta}) \end{bmatrix} \tag{5}$$

A matriz de convolução $S(\theta)$ é construída usando Toeplitz (Gray, 2006) e S é a matriz diagonal com blocos $S(\theta)$. A quantidade de wavelets utilizadas depende da quantidade de ângulos, normalmente são utilizados 4 ângulos chamados de: *near*, *mid*, *far* e *ufar*.

2.2 Problema Inverso

A inversão sísmica constitui um problema mal posto, ou seja, existem infinitas soluções possíveis e elas são, em geral, instáveis, apresentando elevada sensibilidade ao ruído presente nos dados. Problemas inversos mal postos podem estar, embora não seja regra, relacionados à não linearidade do modelo utilizado, o que torna a função objetivo altamente sensível ao ruído, como ilustrado na Figura 2.

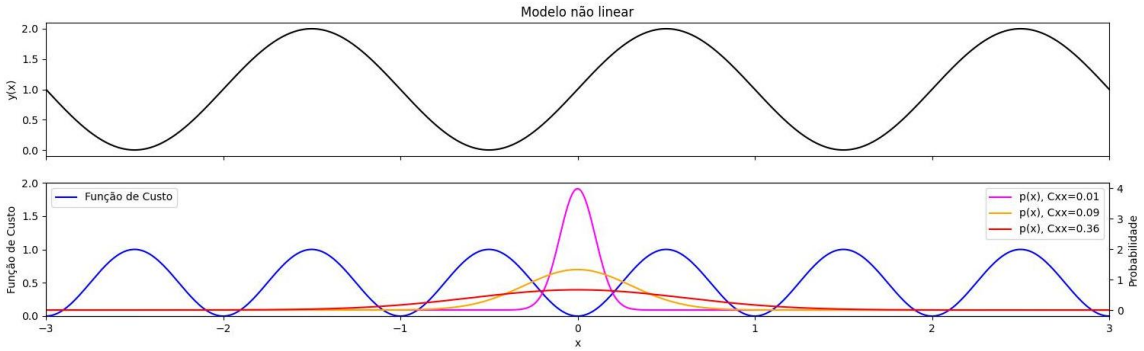

Figura 2 - Função objetivo de um modelo não linear.

Dependendo da relação entre o número de equações e o número de incógnitas, o problema pode ser determinado, sobredeterminado ou subdeterminado, ainda que em todos os casos possam admitir múltiplas soluções possíveis. Como para problemas mal posto **não** existe uma solução exata, do tipo $m = G^{-1}d_{obs}$, adota-se como solução o modelo $\mathbf{m}$ que satisfaz:

$$\mathbf{m} = \arg\min \mathrm{m} \parallel \mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - \mathbf{Gm} \parallel, \tag{6}$$

ou seja, busca-se o modelo que minimiza o resíduo, que é a diferença entre o dado observado e o dado sintético. Essa expressão é chamada de função objetivo, cujo formato pode variar de acordo com a abordagem utilizada para resolver o problema inverso. A função objetivo do presente projeto é apresentada na Subseção 2.4.1.

Os diferentes algoritmos de inversão correspondem, em grande medida, a diferentes estratégias de regularização do problema. Isso porque, em problemas mal postos, a regularização é o mecanismo responsável por estabilizar a busca pela solução, controlar a sensibilidade ao ruído e selecionar, entre as infinitas soluções possíveis, aquela que é mais consistente com critérios físicos, matemáticos ou geológicos adicionais. Os algoritmos também podem diferir em aspectos como o tratamento da não linearidade ou o método numérico utilizado para resolver o sistema.

2.3 Teorema de Bayes

Devido à não unicidade das soluções em muitos problemas inversos, é comum recorrer a uma abordagem bayesiana, na qual a solução deixa de ser vista como um único modelo determinístico e passa a ser descrita como uma distribuição de probabilidade. Para abordar o problema de um ponto de visto probabilístico, utilizamos o Teorema de Bayes, que estabelece a relação entre dois eventos A e B:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)\, P(A)}{P(B)}. \tag{7}$$

Aplicado ao contexto de problemas inversos, esse teorema nos permite combinar informações provenientes dos dados observados com conhecimentos prévios sobre os parâmetros do modelo. Assim, obtemos a distribuição *a posteriori* dos modelos condicionada aos dados:

$$p(m \mid d_{\text{obs}}) = \frac{p(d_{\text{obs}} \mid m)\, p(m)}{p(d_{\text{obs}})}. \tag{8}$$

O termo $p(m)$ é a probabilidade a priori dos parâmetros. O termo $p(d_{\text{obs}})$ no denominador representa a probabilidade total dos dados observados. Ele é calculado integrando — ou somando, dependendo do caso — todas as contribuições compatíveis dos possíveis modelos m, o que corresponde à distribuição marginal dos dados. Como esse termo não depende do modelo, ele funciona apenas como um fator de normalização, permitindo reescrever a expressão de forma proporcional:

$$p(m \mid d_{\text{obs}}) \propto p(d_{\text{obs}} \mid m)\, p(m). \tag{9}$$

Nesse ponto, o termo $p(d_{\text{obs}} \mid m)$ recebe o nome de **verossimilhança**, pois, em vez de ser interpretado como uma probabilidade dos dados em si, passa a ser visto como uma função que mede o quão compatível cada modelo m é com os dados observados. O nome muda porque o papel matemático muda: uma vez que consideramos m como variável e os dados como fixos, essa expressão se torna uma medida de ajuste do modelo aos dados, não uma probabilidade no sentido clássico. Sendo assim, o comportamento da probabilidade a posteriori é determinado por como a verossimilhança penaliza as diferenças entre os dados observados e o modelo sísmico sintético gerado por $g(m)$.

Por fim, essa abordagem bayesiana permite representar incertezas mesmo em sistemas que não são intrinsecamente aleatórios. Propriedades de um reservatório, embora determinadas por processos físicos, podem ser tratadas probabilisticamente para expressar o desconhecimento sobre sua verdadeira natureza. A combinação entre informações prévias e medições leva à distribuição posteriori, que representa nosso grau de conhecimento atualizado sobre o modelo após levar os dados em consideração.

2.4 Máxima a Posteriori (MAP)

A estimativa de Máxima a Posteriori (MAP) corresponde ao valor do modelo m que maximiza a distribuição *a posteriori* $p(m \mid d_{\text{obs}})$, combinando a informação contida nos dados observados com o conhecimento prévio sobre os parâmetros do modelo. Assumindo erros de observação gaussianos e *a priori* gaussiana para os parâmetros do modelo, a distribuição *a posteriori* é uma gaussiana multivariada e pode ser escrita como:

$$p(m \mid d_{\text{obs}}) = \text{cte x } \exp\left[\begin{array}{c} -\frac{1}{2}(d_{\text{obs}} - g(m))^{\top} C_e^{-1}(d_{\text{obs}} - g(m)) \\ -\frac{1}{2}(m - m_{\text{pr}})^{\top} C_m^{-1}(m - m_{\text{pr}}) \end{array}\right] \tag{10}$$

no qual $g(m)$ é o operador direto, C_e é a matriz de covariância dos erros dos dados, m_{pr} é o modelo *a priori* e C_m é a matriz de covariância dos parâmetros. *A posteriori* pode ser escrita de forma compacta como:

$$p(m \mid d_{\text{obs}}) = \text{cte} \times \exp\{-O(m)\}. \tag{11}$$

Como o objetivo da estimativa MAP é maximizar a distribuição posterior, e a função exponencial é monotonicamente crescente, maximizar $p(m \mid d^{obs})$ é equivalente a minimizar a função objetivo $O(m)$. Assim, a estimativa MAP é obtida pela solução do problema de minimização:

$$m_{\text{MAP}} = \arg\min_{m} O(m). \tag{12}$$

2.4.1 Caso linear

No caso linear, o operador direto é $g(m) = Gm$. Substituindo na função objetivo, obtém-se:

$$O(m) = \frac{1}{2}(d_{\text{obs}} - Gm)^{\top} C_e^{-1}(d_{\text{obs}} - Gm) + \frac{1}{2}(m - m_{\text{pr}})^{\top} C_m^{-1}(m - m_{\text{prior}}). \tag{13}$$

O mínimo dessa função pode ser obtido analiticamente impondo a condição de estacionariedade do gradiente:

$$\nabla O(m) = -G^{\top} C_e^{-1}(d_{\text{obs}} - Gm) + C_m^{-1}(m - m_{\text{prior}}). \tag{14}$$

Logo, ao impor a condição de $\nabla O(m) = 0$, obtemos:

$$-G^{\top} C_e^{-1} d_{\text{obs}} + G^{\top} C_e^{-1} Gm + C_m^{-1} m - C_m^{-1} m_{\text{prior}} = 0. \tag{15}$$

Reorganizando os termos em função de m, obtém-se a solução para a estimativa MAP:

$$m_{\text{MAP}} = m_{\text{prior}} + C_m G^{\top}(G C_m G^{\top} + C_e)^{-1}\left(d_{\text{obs}} - G m_{\text{prior}}\right), \tag{16}$$

$$C_m^{\text{post}} = C_m - C_m G^\top (G C_m G^\top + C_e)^{-1} G C_m. \tag{17}$$

no qual C_m^{post} é a variância da distribuição *a posteriori*, ilustrada na Figura 3, onde a curva de desvio padrão foi obtida através de $\sqrt{diag(C_m^{\text{post}})}$.

A Eq. 16 evidencia a redução da incerteza promovida pela incorporação dos dados observados. Quanto menor a incerteza associada aos dados (menor C_e), maior o peso da informação observada na atualização do modelo, resultando tanto em uma maior redução da covariância *a posteriori* C_m^{post} quanto em um maior afastamento da estimativa m_{MAP} em relação ao modelo *a priori* m_{prior}. Por outro lado, à medida que a incerteza associada aos dados aumenta (maior C_e), a informação observada tem impacto reduzido na solução: a covariância *a posteriori* permanece próxima da covariância *a priori* C_m e a estimativa m_{MAP} tende a permanecer próxima do modelo *a priori* m_{prior}, refletindo uma *a posteriori* mais larga e menos informativa.

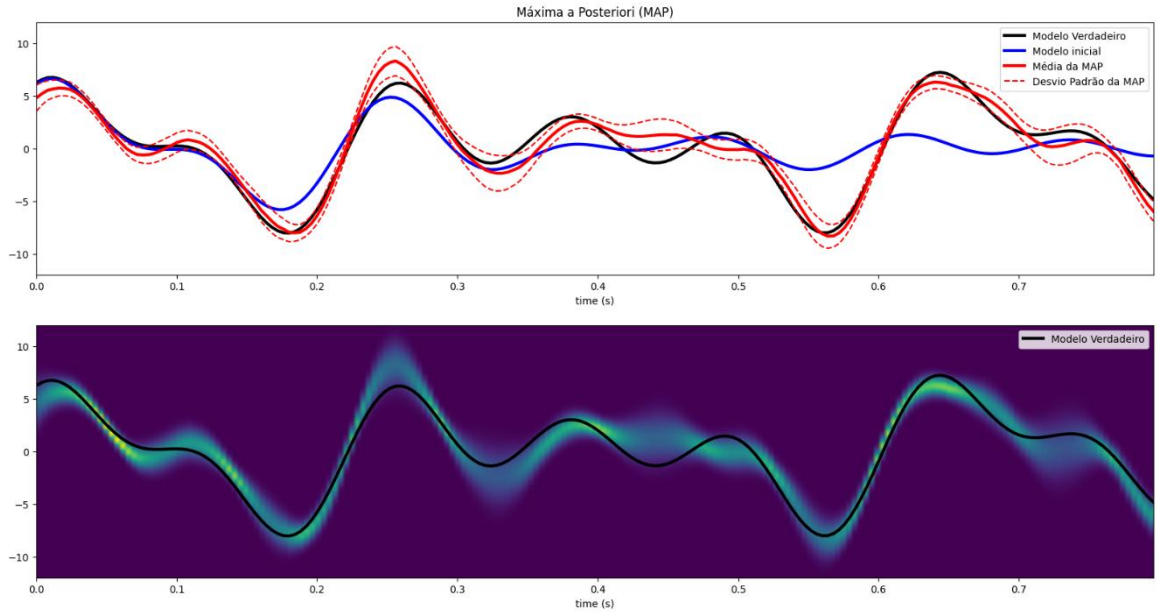

Figura 3 - Exemplo de máxima a posteriori no caso linear, que pode ser representada usando a média e o desvio padrão (superior) e através da ilustração das PDFs (inferior).

2.4.2 Caso não-linear

Quando o modelo direto $g(m)$ depende de forma não linear do vetor de parâmetros m, a distribuição *a posteriori* $p(m \mid d_{\text{obs}})$ deixa de ser gaussiana. Nessa situação, a função objetivo passa a exibir múltiplos mínimos locais, isto é, múltiplas soluções MAP. Embora o caso não linear não possua uma única solução, é possível aproximar *a posteriori* localmente. Sob essa aproximação, pode-se aplicar as fórmulas de condicionamento da distribuição normal multivariada para atualizar o modelo:

$$\mu_{1|2} = \mu_1 + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(r_2 - \mu_2), \tag{18}$$

$$\Sigma_{1|2} = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}, \tag{19}$$

no qual 1 é o modelo *a priori* e 2 o modelo *a posteriori*. Essa estratégia caracteriza uma abordagem "open-box", na qual a atualização é baseada em estatísticas amostrais ou aproximações locais, dispensando o uso explícito da Jacobiana do modelo.

2.5 Métodos Baseados em Ensemble

As limitações dos métodos determinísticos e analíticos na resolução de problemas não lineares motivam o uso de abordagens baseadas em *ensembles*. Um *ensemble* consiste em um conjunto de realizações possíveis do sistema, geradas a partir da amostragem da distribuição *a priori* dos parâmetros, conforme apresentado na Figura 4. Essa representação permite evitar a definição explícita das PDFs, de modo que a covariância do sistema passa a ser estimada por meio de amostragem. Os membros do *ensemble* são então atualizados pela assimilação dos dados observados, caracterizando a atualização do modelo como um processo de amostragem da distribuição *a posteriori*. Por se tratar de uma abordagem do tipo *open box*, a assimilação baseada em *ensembles* dispensa o uso do operador linear **G**, que é obrigatório em soluções analíticas. Dessa forma, o operador do modelo pode ser representado por $\mathbf{g}(\mathbf{m})$, não sendo estritamente necessário que assuma a forma matricial.

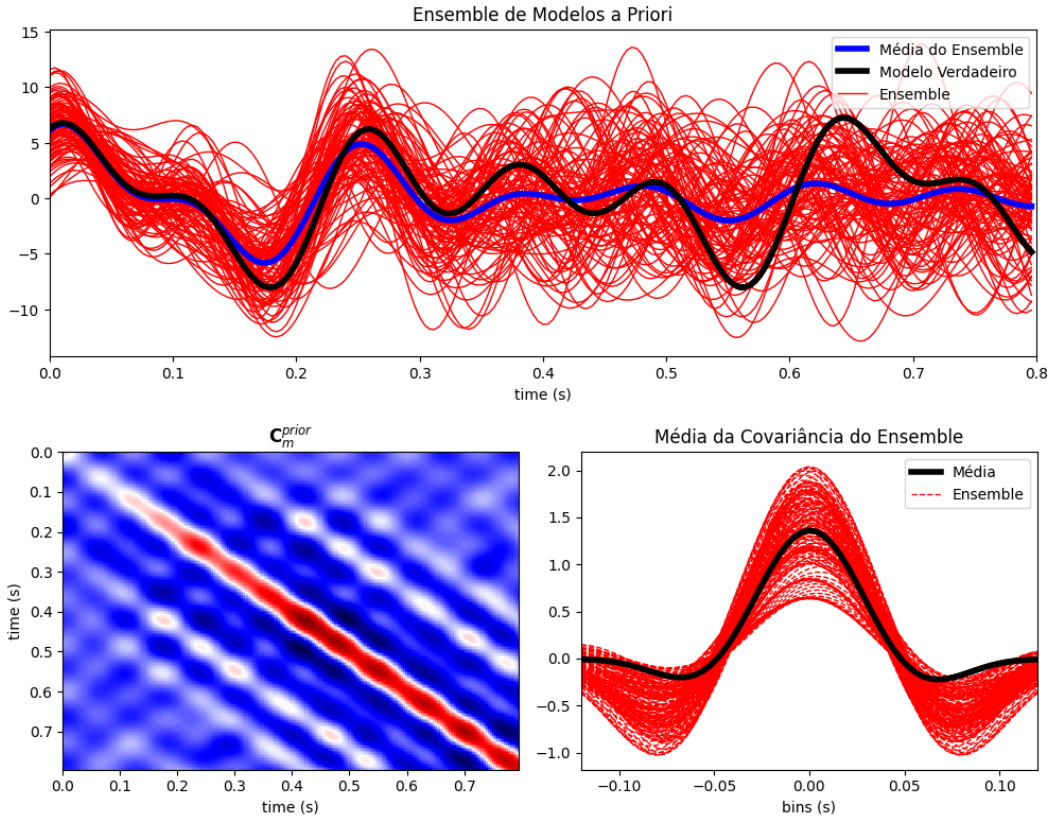

Figura 4 - Ilustração da covariância via amostragem de um ensemble de modelos.

Em métodos como o *Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation* (ES-MDA), o erro associado aos dados observados é introduzido de forma gradual ao longo de múltiplas etapas de assimilação. Essa estratégia promove uma convergência mais suave da solução e contribui para mitigar os efeitos da não linearidade do modelo. Nesta seção, o ES-MDA é apresentado como o método principal deste trabalho. Para contextualizar sua formulação, é inicialmente revisado o Filtro de Kalman clássico, desenvolvido sob as premissas de linearidade e solução analítica, que deu origem, posteriormente, às abordagens baseadas em *ensemble* e à formulação *open box* adotada neste estudo.

2.5.1 Kalman Filter: um estimador bayesiano

O Filtro de Kalman pode ser interpretado como uma aplicação recursiva do Teorema de Bayes ao problema de estimação de estados em sistemas dinâmicos lineares sujeitos a incertezas gaussianas. Sob essas hipóteses, ele fornece a solução analítica ótima, no sentido de mínima variância, para a estimativa do estado do sistema ao longo do tempo (Evensen, Data Assimilation: The Ensemble Kalman Filter, 2009).

O Filtro de Kalman, introduzido por Kalman (1960), consolidou-se como uma das principais ferramentas de estimação Bayesiana e assimilação de dados em sistemas lineares gaussianos, sendo amplamente utilizado em problemas de engenharia, processamento de sinais e modelagem dinâmica

O princípio fundamental do filtro consiste em combinar duas fontes de informação sujeitas a incerteza: uma estimativa prévia do sistema e uma observação experimental. A atualização do modelo é realizada ponderando essas informações de acordo com suas respectivas covariâncias, de modo que observações mais confiáveis exerçam maior influência na solução final. Essa atualização é controlada pelo ganho de Kalman, definido por:

$$\mathrm{K}_n = C_n^f \mathrm{G}_n^{\mathrm{T}} \left(\mathrm{G}_n C_n^f \mathrm{G}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{T}} + \mathrm{C}_e\right)^{-1}, \tag{20}$$

no qual C_n^f representa a covariância da estimativa prevista para o tempo n. Por meio do ganho de Kalman, obtém-se a atualização da média e da covariância do estado, resultando na estimativa *a posteriori* da forma $N{\sim}(m_{\mathrm{n}|n-1}, \mathrm{C}_{\mathrm{n}|n-1})$:

$$\mathrm{m}_n^{\mathrm{a}} = \mathrm{m}_n^{\mathrm{f}} + \mathrm{K}_n(\mathrm{d}_n^{obs} - \mathrm{G}_n \mathrm{m}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{a}},), \tag{21}$$

$$C_{\mathrm{n}}^a = (\mathrm{I} - \mathrm{K}_n \mathrm{G}_n) C_{\mathrm{n}}^f. \tag{22}$$

Observa-se que a etapa de atualização do Filtro de Kalman é equivalente ao cálculo da solução de Máxima a Posteriori (MAP) no caso linear-gaussiano, das Eq. 16 e Eq. 17. Essa equivalência torna-se evidente ao identificar $\mathrm{m}_n^{\mathrm{f}} = m^{prior}$ e $C_{\mathrm{n}}^f = C_m^{prior}$, assim $\mathrm{m}_n^{\mathrm{a}} = m_{\mathrm{MAP}}$ e $C_{\mathrm{n}}^f = C_m^{post}$, desde que, sob a hipótese de erros gaussianos, não

correlacionados e independentes do estado. A Figura 5 ilustra o modelo *a priori* e sua atualização para o modelo a posteriori.

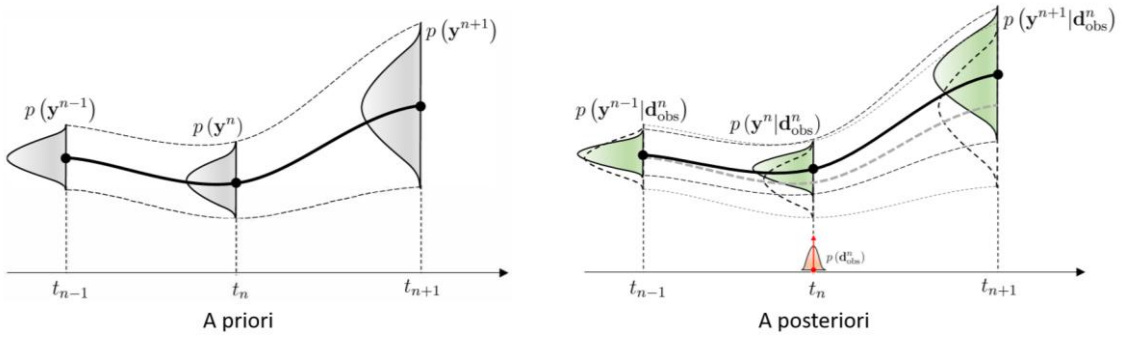

Figura 5 - Ilustração do ciclo de previsão e atualização do filtro de Kalman. À esquerda, distribuição a priori do estado ao longo do tempo, onde a linha contínua representa a média preditiva e as distribuições verticais indicam a incerteza associada a cada previsão. À direita, distribuição a posteriori após a assimilação da observação no instante t_n, mostrando a correção da estimativa do estado (atualização) e a consequente atualização da previsão para o instante seguinte t_{n+1}. Por Emerick & Reynolds (2013).

Embora o Filtro de Kalman tenha sido originalmente desenvolvido para sistemas dinâmicos, sua estrutura matemática fornece a base conceitual dos métodos de assimilação de dados. No contexto da inversão sísmica, o interesse principal não está na evolução temporal do sistema, mas sim no mecanismo de atualização bayesiana baseado em covariâncias. Essa formulação deu origem posteriormente aos métodos EnKF e ES-MDA, apresentados a seguir.

2.5.2 Ensemble Kalman Filter (EnKF)

O Ensemble Kalman Filter (EnKF), introduzido por Evensen (1994), constitui uma extensão do filtro de Kalman, na qual as estatísticas de primeira e segunda ordem do estado são aproximadas por meio de um conjunto finito de realizações do modelo, denominado ensemble. A principal motivação do EnKF é viabilizar a aplicação do filtro de Kalman a sistemas de grande dimensão e a operadores de observação não lineares, sem a necessidade de linearização explícita ou da construção da matriz de modelagem G. Para isso, o filtro de Kalman é reescrito em termos de covariâncias, de forma que o operador de modelagem não apareça explicitamente na formulação. Em particular, definem-se as covariâncias $C_{md}^f = C_m^f \mathrm{G}^T$ e $C_{dd}^f = G C_m^f \mathrm{G}^{\mathrm{T}}$ permitindo que a etapa de análise seja escrita na forma compacta:

$$m^a = m^f + C_{md}^f \left(C_{dd}^f + C_e\right)^{-1} (d^{obs} - g(m^f)), \tag{23}$$

no qual m^f representa a estimativa *a priori* e m^a a estimativa *a posteriori* do modelo.

No EnKF, as matrizes de covariância não são calculadas explicitamente. Em vez disso, são aproximadas por estatísticas amostrais obtidas a partir de um ensemble de N_e

realizações do estado e das variáveis observadas. As covariâncias cruzadas são então estimadas por:

$$C_{md}^{f} \approx \frac{1}{N_e - 1} \sum_{j=1}^{N_e} \Delta M^{(j)} \, \Delta D^{(j)\top}, \tag{24}$$

$$C_{dd}^{f} \approx \frac{1}{N_e - 1} \sum_{j=1}^{N_e} \Delta D^{(j)} \, \Delta D^{(j)\top}, \tag{25}$$

no qual $\Delta M^{(j)}$e $\Delta D^{(j)}$ representam as diferença do ensemble em relação às respectivas médias. Cada membro do ensemble é atualizado individualmente segundo a equação de análise do filtro de Kalman, utilizando as estatísticas amostrais. Para garantir a consistência estatística da covariância analisada com o filtro de Kalman, o EnKF adota a estratégia de perturbação do dado observado. Assim, para cada membro j, considera-se:

$$d_n^{obs,(j)} = d_n^{obs} + \varepsilon_n^{(j)}, \varepsilon_n^{(j)} \sim \mathcal{N}(0, C_e), \tag{26}$$

de modo que cada membro do ensemble assimila uma realização estocástica da observação. Essa abordagem preserva corretamente as estatísticas de segunda ordem do problema e assegura que, em média, a covariância da análise coincida com a do filtro de Kalman no caso linear-gaussiano.

Dessa forma, o EnKF permite lidar de maneira eficiente com operadores não lineares e sistemas de grande escala, mantendo a fundamentação bayesiana do filtro de Kalman clássico com custo computacional reduzido.

2.5.3 Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA)

O método *Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation* (ES-MDA), proposto por Emerick e Reynolds (2013), foi desenvolvido com o objetivo de melhorar o desempenho de abordagens baseadas em ensembles em problemas de assimilação de dados, particularmente em contextos caracterizados por forte não linearidade. O ES-MDA pode ser interpretado como um aprimoramento do *Ensemble Smoother* (ES), que por sua vez constitui uma extensão do *Ensemble Kalman Filter* (EnKF), na qual o ensemble é atualizado em modo *batch*, isto é, utilizando todo o conjunto de observações simultaneamente, em vez de processá-las sequencialmente no tempo.

O ES-MDA introduz o conceito de múltiplas atualizações sucessivas, nas quais a assimilação dos dados é realizada de forma gradual por meio do inflacionamento controlado da covariância dos erros de observação. Em vez de uma única atualização, o processo é dividido em N_a etapas de assimilação, cada uma associada a um fator de inflação α_k, de modo que a atualização em cada etapa pode ser escrita como:

$$m^a = m^f + C_{md}^{f}\left(C_{dd}^{f} + \alpha_k C_e\right)^{-1}(d^{obs} - g(m^f)). \tag{27}$$

Nessa expressão, C_e representa a covariância do erro de observação e os coeficientes de inflação α_k satisfazem a condição:

$$\sum_{k=1}^{N_a} \alpha_k^{-1} = 1. \tag{28}$$

Essa condição garante que, embora a covariância do erro de observação seja artificialmente inflacionada em cada etapa de assimilação, o efeito acumulado das N_a atualizações seja estatisticamente equivalente a uma única assimilação utilizando a covariância original C_e. Dessa forma, as correções no ensemble são aplicadas de maneira progressiva, reduzindo o risco de distorções excessivas no modelo e melhorando a consistência estatística da assimilação em problemas não lineares.

3. ALGORITMOS DE GEOESTATÍSTICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os fundamentos que sustentam a geração do ensemble, ponto central para os métodos modernos de assimilação de dados. Para isso, iniciaremos revisitando conceitos essenciais de geostatística, que fornecem a base teórica para a construção de modelos espaciais realistas. Começaremos pela krigagem, um método clássico de interpolação que não apenas estima valores em locais não amostrados, mas também permite incorporar variáveis externas, garantindo consistência estatística e geológica. Em seguida, avançaremos para técnicas de simulação estocástica, que vão além da interpolação determinística ao gerar múltiplos campos possíveis, preservando a variabilidade espacial e a incerteza inerente ao sistema. Por fim, veremos como esses conceitos convergem para a formação dos ensembles, conjuntos de modelos que representam diferentes realizações do reservatório.

3.1 Krigagem

A krigagem é um método de interpolação geoestatística que utiliza a estrutura de correlação espacial entre os dados para produzir estimativas não viesadas e com variância mínima. A krigagem considera que pontos próximos tendem a ser mais semelhantes do que pontos distantes, atribuindo pesos calculados com base nessa dependência espacial.

O conceito é ilustrado na Figura 6**,** suponha que Z_0 seja o ponto onde deseja-se estimar uma propriedade e os pontos Z_i são valores conhecidos ao redor. Como existe correlação espacial, os pontos mais próximos de Z_0 terão maior influência na estimativa, enquanto os mais distantes terão menor peso. Assim, a estimativa pode ser expressa como uma soma ponderada:

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z(\mathbf{x}_i), \tag{29}$$

no qual $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ é a estimativa no ponto $\mathbf{x}_0$, $Z(\mathbf{x}_i)$ são os valores observados e λ_i são os pesos calculados para minimizar a variância do erro sob a restrição de não viés. Para determinar esses pesos, é necessário um modelo que define como a correlação entre os pontos varia com a distância. É justamente nesse contexto que o semivariograma surge, podendo ser resumido como a função que descreve a variabilidade espacial dos dados.

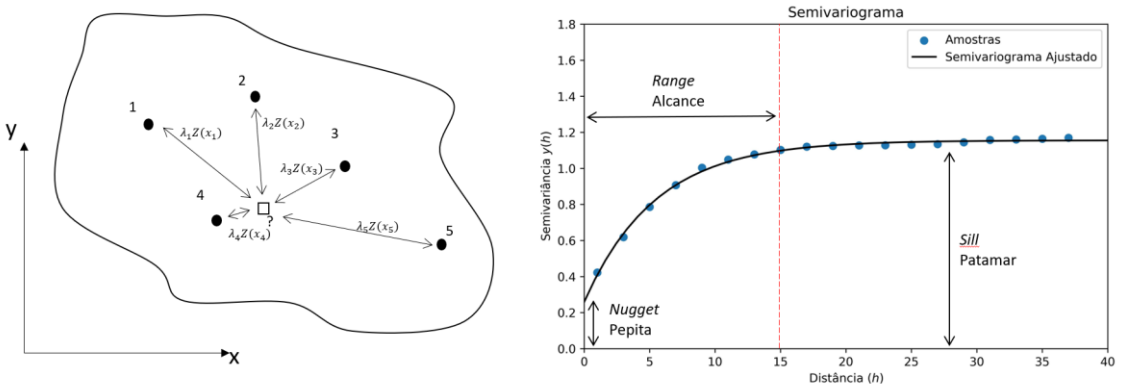

Figura 6 - À esquerda motivação da krigagem: estimar um ponto utilizando amostras ao redor. À direita temos uma ilustração do variograma, modelo utilizado para representar a correlação espacial das amostras, úteis para encontrar os pesos λ.

3.1.1 Semivariograma

O semivariograma - também chamado de variograma - mede, para diferentes distâncias h, o quanto os valores tendem a diferir entre si. Em termos simples: quanto maior a distância entre dois pontos, menor a correlação e maior a variabilidade. O semivariograma pode ser obtido de maneira experimental, utilizando as amostras conhecidas:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}\text{Var}[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x}+h)], \tag{30}$$

no qual $\gamma(h)$ é a semivariância para uma distância h.

A partir do variograma experimental, ajusta-se um variograma teórico, que consiste em um modelo matemático utilizado para estimar a variância entre duas amostras quaisquer considerando apenas a distância que as separa. Esse modelo é fundamental para aplicações como a krigagem, pois permite extrapolar o comportamento espacial observado nas amostras para todo o domínio de interesse. Os modelos de variograma teórico mais utilizados são exponencial, gaussiano e esférico. Os modelos podem ser definidos por três parâmetros principais:

- **Nugget:** valor inicial, indicando variabilidade em pequenas distâncias (ruído ou erro de amostragem).
- **Sill:** patamar onde a semivariância estabiliza, indicando ausência de correlação.
- **Range:** distância onde a correlação não existe mais.

Esses parâmetros estão ilustrados na Figura 6. Em aplicações de reservatórios, é comum assumir o nugget nulo, pois o objetivo é honrar exatamente os valores amostrados nos poços, a introdução de um nugget implicaria incerteza mesmo nos pontos amostrados. A principal diferença entre os modelos teóricos está na forma como a variância cresce com a distância. O modelo exponencial apresenta uma perda de correlação mais rápida,

enquanto o modelo esférico descreve uma transição mais gradual. O modelo gaussiano, por sua vez, apresenta um comportamento ainda mais suave nas curtas distâncias.

3.1.2 Variograma anisotrópico

Os variogramas podem ser classificados como isotrópicos ou anisotrópicos. Um variograma isotrópico é aquele que não depende da direção de análise, variando apenas em função da distância entre os pontos. Essa suposição é adequada apenas para alguns cenários específicos. O variograma apresentado na Figura 6 corresponde a um caso isotrópico.

Na realidade geológica, entretanto, muitas propriedades exibem comportamento anisotrópico, isto é, variam mais rapidamente em determinadas direções do que em outras. Esse comportamento geralmente está associado à orientação de estruturas geológicas, como a direção principal de um sistema deposicional. Para representar essa característica, utilizam-se variogramas anisotrópicos, normalmente definidos por pelo menos dois alcances distintos. Um range maior, associado à direção preferencial de continuidade, e um range menor, associado à direção ortogonal a essa continuidade. Esse comportamento pode ser representado geometricamente por uma elipsoide, conforme ilustrado na Figura 7, que mostra a diferença entre um variograma isotrópico (à esquerda) e um anisotrópico (à direita).

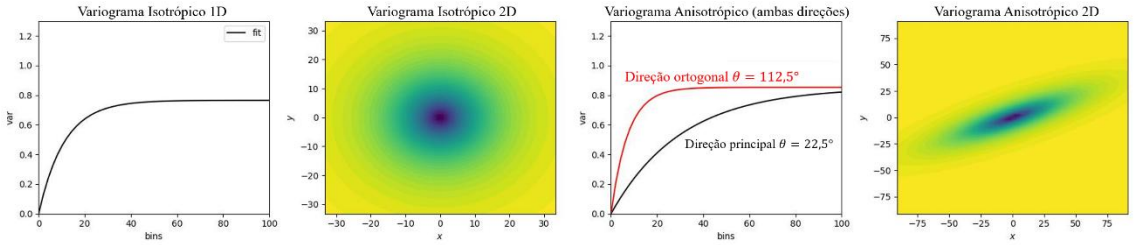

Figura 7 - Ilustração de dois variogramas e suas representações no espaço 1D e 2D. Isotrópico à esquerda e anisotrópico à direita.

A escolha adequada do modelo de variograma tem impacto direto na qualidade das estimativas geoestatísticas. Esse efeito é ilustrado na Figura 8, que apresenta a krigagem de uma propriedade com claro viés estrutural utilizando dois variogramas.

Observa-se que o uso de um variograma anisotrópico coerente com a geológica resultou em um modelo mais fiél ao modelo verdadeiro.

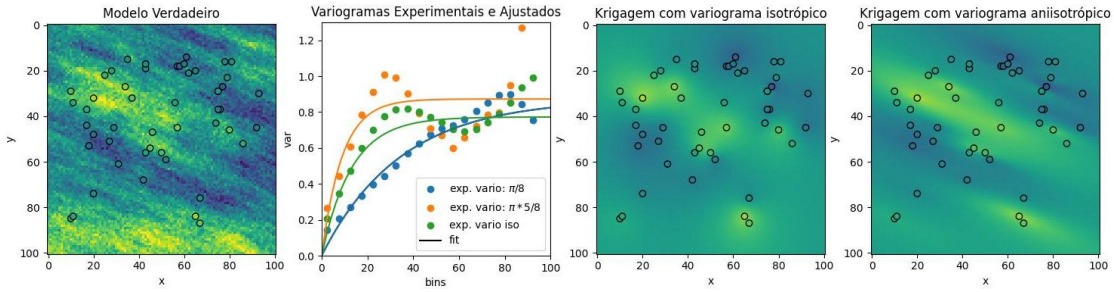

Figura 8 - Ilustração de krigagem utilizando um variograma isotrópico (verde) e um variograma anisotrópico (azul e laranja).

3.2 Krigagem com Segunda Variável

Na caracterização de reservatórios, é comum lidarmos tanto com escassez de dados quanto com distribuições altamente irregulares. Em alguns campos há dezenas ou até centenas de poços, porém concentrados nas regiões de maior interesse econômico, como altos estruturais, enquanto baixos estruturais permanecem pouco ou nada amostrados. Nessas condições, métodos de interpolação espacial — incluindo a krigagem convencional — não conseguem estimar adequadamente regiões situadas além do range do variograma. Dizemos que essas áreas estão fora do controle dos poços e, portanto, as estimativas convergem para valores médios, com baixa variabilidade.

Uma forma robusta de superar essa limitação é incorporar uma segunda variável, muito mais densamente amostrada do que a variável primária de interesse. Se essa segunda variável apresentar correlação — mesmo que moderada — com a variável primária, ela pode atuar como guia para a estimativa em regiões afastadas dos poços. Assim, próximo aos poços o maior peso ainda provém das medidas diretas, como na krigagem ordinária; porém, à medida que nos afastamos deles, cresce a influência da segunda variável.

A Figura 9 ilustra um exemplo que contém o modelo real da variável primária, a segunda variável, o modelo estimado por krigagem e o modelo gerado por krigagem com variável secundária. Observa-se que nas proximidades dos poços os dois métodos produzem resultados próximos. Entretanto, em regiões distantes dos poços, a krigagem converge para valores médios — resultando em um modelo suavizado, pouco geológico e quase constante. Já a krigagem com deriva externa preserva heterogeneidades, capturando tendências indicadas pela variável secundária ao longo de toda a área.

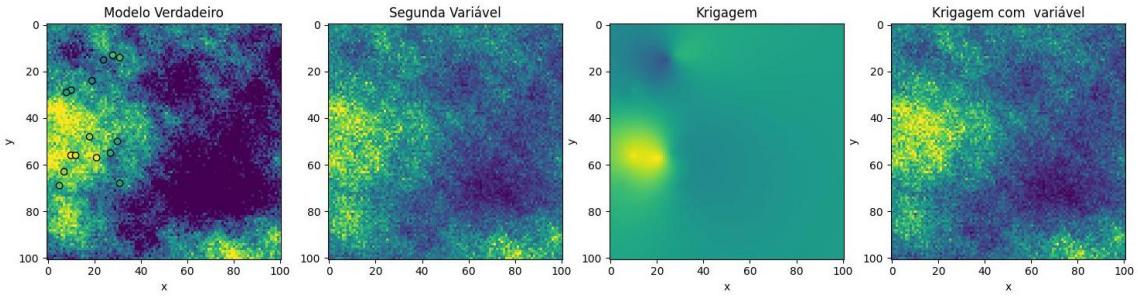

Figura 9 - Comparação de krigagem e krigagem com segunda variável utilizando amostras mal amostradas.

No contexto de caracterização de reservatórios, é comum utilizar velocidade intervalar, frequentemente obtida por Full Waveform Inversion (FWI), como variável secundária. Por apresentar ampla cobertura espacial e boa correlação com outros parâmetros elásticos, ela é especialmente eficaz para melhorar a distribuição de propriedades em regiões mal amostradas.

3.3 Simulações Estocásticas

A krigagem é um método determinístico de interpolação que produz estimativas suavizadas, pois cada valor estimado tende para a média local, inferida a partir dos dados e do modelo de variograma adotado. Por essa razão, o variograma experimental calculado a partir de um mapa interpolado por krigagem não coincide com o variograma utilizado no ajuste: a suavização reduz a variabilidade espacial, diminuindo o alcance da variância e, consequentemente, "achatando" o variograma.

Entretanto, é possível empregar um framework bayesiano ou métodos estocásticos de simulação para gerar múltiplos modelos equiprováveis, cada um compatível com as amostras e com o variograma teórico escolhido. Esses modelos reproduzem, não apenas as estatísticas de primeira ordem (média), mas também a heterogeneidade esperada segundo o modelo de correlação espacial (variograma). Assim, o conjunto de simulações (*ensemble*) tende a apresentar um variograma médio coerente com aquele utilizado como entrada no processo de modelagem.

3.3.1 Simulação Gaussiana Sequencial (Sequential Gaussian Simulation – SGS)

O algoritmo SGS consiste em definir um caminho de estimativa totalmente aleatório (*random path*) pelo qual os pontos do *grid* serão simulados. A simulação é sequencial, ou seja, a estimativa de cada ponto depende das amostras originais e de todas as estimativas já realizadas ao longo do caminho (Gómez Hernández & Srivastava, 2021).

Uma vez definido o caminho, cada ponto é simulado seguindo os passos:

1. Simula-se o primeiro valor: $m_1 \sim p(m_1)$, onde a distribuição condicional é determinada pela krigagem simples ou ordinária no espaço transformado gaussiano.
2. Atualiza-se o conjunto de dados condicionantes: a nova simulação é tratada como uma amostra adicional, passando a influenciar as estimativas subsequentes.

3. Simula-se o próximo ponto: $m_2 \sim p(m_2 \mid m_1)$.
4. O processo segue até o último ponto do caminho: $m_{N_m} \sim p(m_{N_m} \mid m_1, \ldots, m_{N_m-1})$.

Ao gerar múltiplas simulações independentes, obtém-se um *ensemble* de modelos estocásticos. A média do *ensemble* tende a reproduzir a superfície estimada por krigagem, enquanto o conjunto das realizações preserva a variabilidade espacial e produz um variograma experimental compatível com o modelo utilizado na simulação. Dessa forma, a SGS recupera a heterogeneidade espacial que a krigagem não consegue expressar. Um exemplo está na Figura 10, no qual diversos modelos com mesma configuração espacial são gerados.

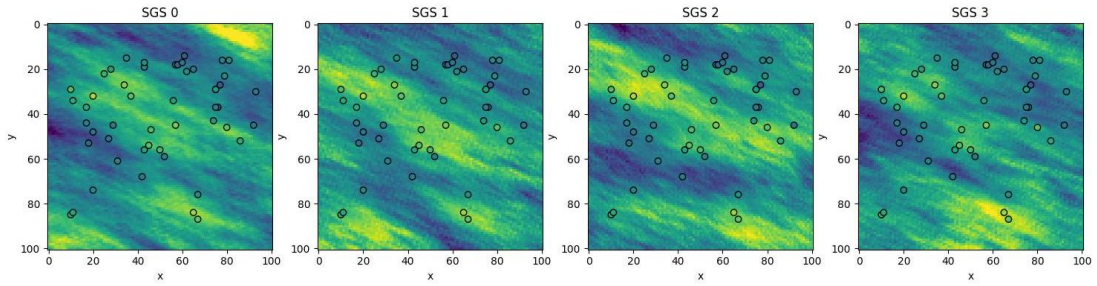

Figura 10 - Ilustração de 4 simulações SGS.

Devido à sua natureza sequencial, o **SGS** é computacionalmente custoso, especialmente para grades de grande dimensão, uma vez que cada estimativa depende das estimativas anteriores, o que dificulta significativamente a paralelização do algoritmo. Métodos alternativos vêm ganhando espaço, incluindo abordagens mais eficientes baseadas em campos aleatórios estruturados condicionados.

3.3.2 Campos Aleatórios Estruturados Condicionados

Uma alternativa para a geração de simulações condicionadas consiste em, inicialmente, simular um campo aleatório estruturado não condicionado, isto é, um campo que respeita apenas a função de correlação espacial, sem incorporar as amostras observadas nem a média durante o seu processo de geração. Em um segundo momento, esse campo é condicionado às amostras disponíveis e a média obtida por krigagem é adicionada ao resultado final.

Essa abordagem é computacionalmente muito mais eficiente do que o SGS, uma vez que a simulação inicial do campo aleatório pode ser realizada de forma global, sem dependências sequenciais (Dietrich & Newsam, 1997) . Condicionar todo o campo de uma única vez após sua geração é, portanto, significativamente menos custoso do que empregar um processo sequencial que condiciona o campo amostra a amostra.

Esse procedimento pode ser expresso de forma simplificada por:

$$m_n = m_0 + \sqrt{\mathbf{Y}}\, z_n, \tag{31}$$

em que m_0 representa a média, **Y** representa o modelo de covariância associado ao variograma e z_n é um campo aleatório. A Figura 11 ilustra o processo.

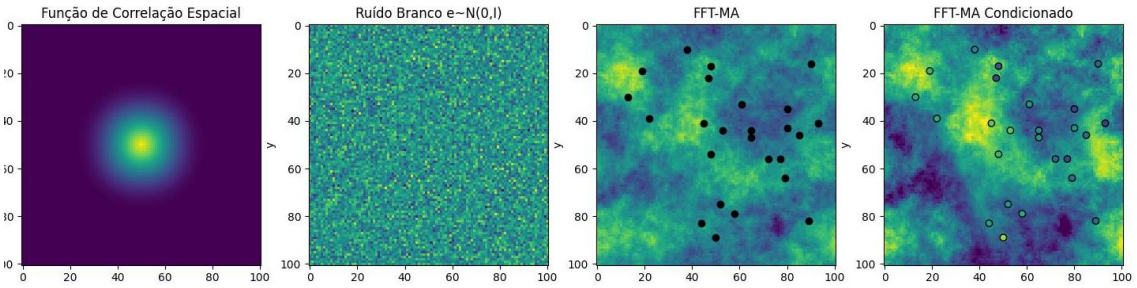

Figura 11 - Ilustração de uma simulação com FFT-MA condicionada.

Em termos matemáticos, esse procedimento equivale à convolução de um ruído branco com um operador de correlação espacial. Entretanto, a operação de convolução direta no domínio espacial é computacionalmente custosa, apresentando custo da ordem de $O(n^2)$, especialmente em três dimensões. Para contornar essa limitação, explora-se a propriedade de que uma convolução no domínio espacial equivale a uma multiplicação no domínio de Fourier, o que reduz o custo computacional para $O(n \log n)$.

Essa técnica é conhecida como FFT-MA (Fast Fourier Transform – Moving Average) e constitui um método eficiente para a geração de campos aleatórios gaussianos estacionários (Ravalec, Noetinger, & Hu, 2000). A ideia central consiste em transformar os dados para o domínio espectral, aplicar a multiplicação que impõe a estrutura de correlação desejada e, em seguida, retornar ao domínio espacial por meio da transformada inversa de Fourier, obtendo-se exatamente o mesmo resultado da convolução direta, porém de forma muito mais eficiente. Matematicamente, o método pode ser expresso como:

$$z(x) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\sqrt{\mathcal{F}\{C\}}\,\mathcal{F}\{W\}\right\}, \qquad W \sim \mathcal{N}(0, \mathrm{I}), \tag{32}$$

em que C representa a função (ou operador) de correlação espacial associada ao variograma, W é um ruído branco gaussiano e $z(x)$ é o resultado que contém o campo aleatório espacialmente correlacionado.

4. METODOLOGIA

A metodologia proposta consiste na inversão sísmica elástica estocástica utilizando o método Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation (ES-MDA) com decomposição em valores singulares (SVD) para a inversão em subespaço. Os fundamentos da SVD são apresentados neste capítulo. O ES-MDA foi originalmente introduzido na área de engenharia de reservatórios para solução do problema de *history matching* por Emerick & Reynolds e, posteriormente, aplicado à inversão sísmica por (Mingliang & Grana, 2018). O fluxo de trabalho adotado para a inversão sísmica elástica estocástica é apresentado na Figura 12.

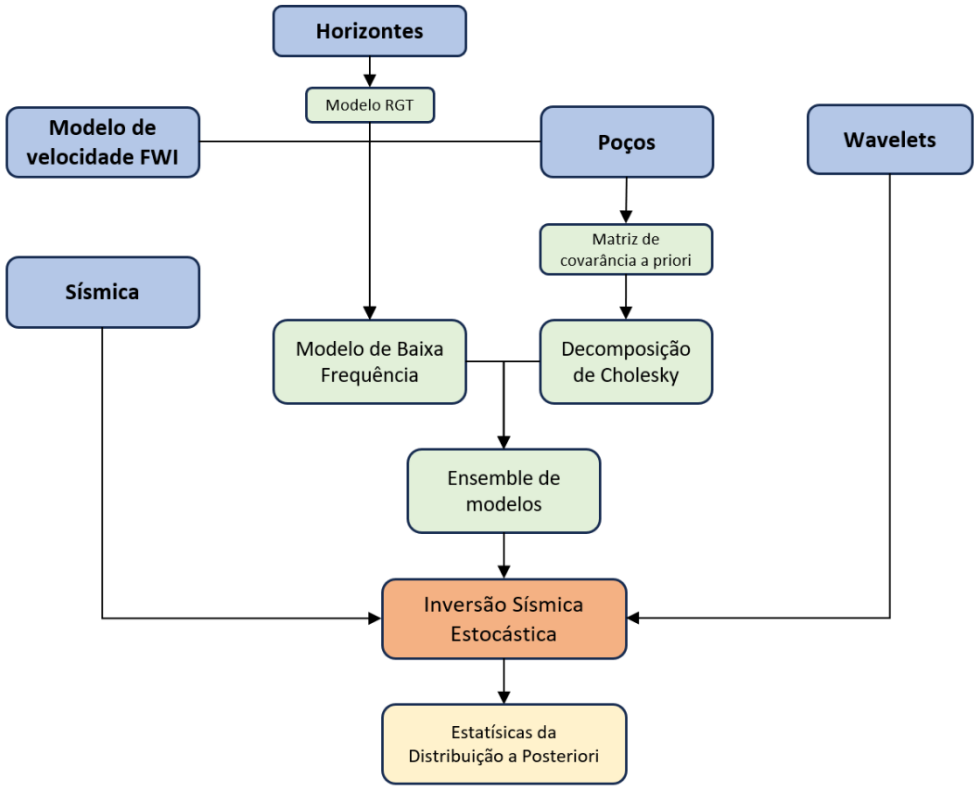

Figura 12 - Fluxo de trabalho para a inversão elástica estocástica.

Inicialmente, é construído o modelo de baixa frequência a partir da integração entre os perfis de poços, o modelo de velocidade intervalar e o modelo *Relative Geological Time* (RGT), obtido da interpretação de horizontes sísmicos. Esse modelo fornece a tendência de baixa frequência na inversão.

Em seguida, é gerado o ensemble a priori dos parâmetros elásticos. As realizações estocásticas são obtidas através da decomposição de Cholesky, método que usa a matriz de covariância estimada a partir dos dados de poços. O modelo de baixa frequência é utilizado como tendência média do ensemble, enquanto as realizações estocásticas introduzem variabilidade espacial consistente com a estrutura de covariância adotada.

A etapa de inversão utiliza como entrada o ensemble de modelos, os dados sísmicos observados e o conjunto de wavelets. Antes da assimilação, os dados sísmicos passam por procedimentos de controle de qualidade e pré-condicionamento, enquanto a

etapa de estimação das wavelets inclui uma análise do fator de escala. Detalhes desses procedimentos são apresentados no Capítulo 5 – Aplicação e Discussão.

A atualização dos modelos é realizada através do ES-MDA, utilizando decomposição em valores singulares (SVD) para a inversão em subespaço. O método atualiza iterativamente os membros do ensemble a partir do desajuste entre os dados observados e simulados, produzindo múltiplos cenários dos parâmetros elásticos e suas respectivas incertezas.

Como benchmark, foi utilizada a inversão bayesiana AVA linearizada (Buland & Omre, 2003). Ambos os métodos utilizam os mesmos dados sísmicos, wavelets, modelo de baixa frequência e matriz de covariância dos dados $(\mathbf{C}_e)$. A principal diferença entre as abordagens está na representação da covariância a priori: na inversão bayesiana linearizada ela é explicitamente definida, enquanto no ES-MDA essa informação é representada implicitamente pelo ensemble de modelos. Além disso, o ES-MDA emprega o inflacionamento do erro e a possibilidade de utilizar modelos não lineares.

4.1 Geração do ensemble de modelos

O *ensemble* de modelos pode ser definido como um conjunto de realizações que amostram a distribuição *a priori*. Para esse fim, adotou-se uma estratégia que combina o modelo de baixa frequência com perturbações estocásticas que compartilham a mesma estrutura de covariância estimada a partir dos dados de poços. A geração dos membros do ensemble segue a formulação geral:

$$\mathbf{m}_{ens}^{(j)} = \mathbf{m}_{\text{pr}} + \delta m^{(j)}, \tag{33}$$

em que $\mathbf{m}_{\text{ens}}^{(j)}$ representa o j-ésimo membro do *ensemble*, $\mathbf{m}_{\text{pr}}$ corresponde ao modelo médio *a priori*, assumido como o modelo de baixa frequência, e $\delta m^{(\mathbf{j})}$ é o termo que contém a variabilidade do j-ésimo membro do *ensemble*.

Em seguida, é apresentado o modelo RGT, utilizado na construção do modelo de baixa frequência. Posteriormente, o processo de obtenção do próprio modelo de baixa frequência é descrito. Por fim, detalha-se o processo para obter $\delta m^{(\mathbf{j})}$, chamado de decomposição de Cholesky, no qual incorpora uma matriz de covariância *a priori* modelada a partir dos dados de poços.

Neste trabalho, as realizações do *ensemble* foram geradas sem honrar os dados de poço. Essa escolha teve como objetivo evitar viés na distribuição *a priori* decorrente das amostras conhecidas e garantir uma comparação mais justa com métodos não baseados em *ensemble*. Em aplicações práticas, honrar os dados de poço continua sendo a abordagem recomendada.

4.1.1 Construção do Modelo de Baixa Frequência usando RGT

As correlações espaciais assumidas em métodos geoestatísticos dependem fortemente da estratigrafia. A aplicação direta de krigagem 3D sem a consideração adequada da inclinação das camadas tende a produzir modelos irrealistas, uma vez que

amostras pertencentes a um mesmo evento estratigráfico, porém localizadas em diferentes posições verticais, como altos e baixos estruturais, podem ser correlacionadas de forma inadequada. De modo semelhante, amostras de diferentes níveis deposicionais podem ser erroneamente correlacionadas quando compartilham a mesma profundidade.

Para contornar esse problema, adotou-se a krigagem estratigráfica 2D, realizada fatia a fatia, respeitando a geometria das camadas. Essa estratégia permite que amostras em diferentes posições estruturais sejam correlacionadas de maneira geologicamente consistente. Para viabilizar a krigagem nesse domínio estratigráfico, utilizou-se o conceito de *Relative Geological Time* (RGT). O RGT consiste em um modelo estratigráfico contínuo que representa o tempo geológico relativo e, neste trabalho, foi construído exclusivamente a partir de horizontes sísmicos interpretados. A Figura 13 ilustra o modelo RGT e sua aplicação para o acesso às fatias estratigráficas por meio do processo de *flattening*, bem como o posterior *deflattening* para o retorno à geometria original do volume.

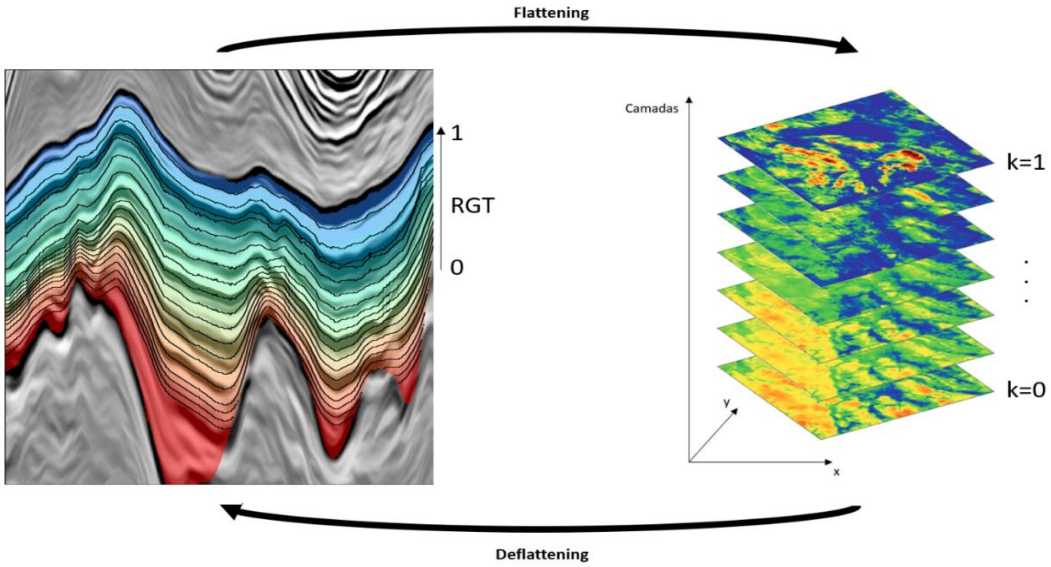

Figura 13 - Ilustração do modelo RGT e sua aplicação para acessar as camadas do modelo.

Ressalta-se que o RGT não corresponde a um grid ou malha discreta, mas sim a uma parametrização estratigráfica contínua do volume. A partir desse modelo, torna-se possível identificar todos os pontos do volume associados a uma mesma camada estratigráfica de referência, definindo assim o domínio adequado para a interpolação geoestatística.

O modelo de baixa frequência foi construído por meio de krigagem, incorporando o modelo de velocidade intervalar como variável secundária. Foi empregado um variograma exponencial anisotrópico (Figura 14), com direção preferencial alinhada à estrutura geológica do campo, apresentando maior alcance na direção da estrutura NE. Os alcances horizontais foram ajustados a partir do variograma experimental do modelo de velocidade intervalar, enquanto o variograma vertical e o patamar foram estimados exclusivamente com base nos dados de poços.

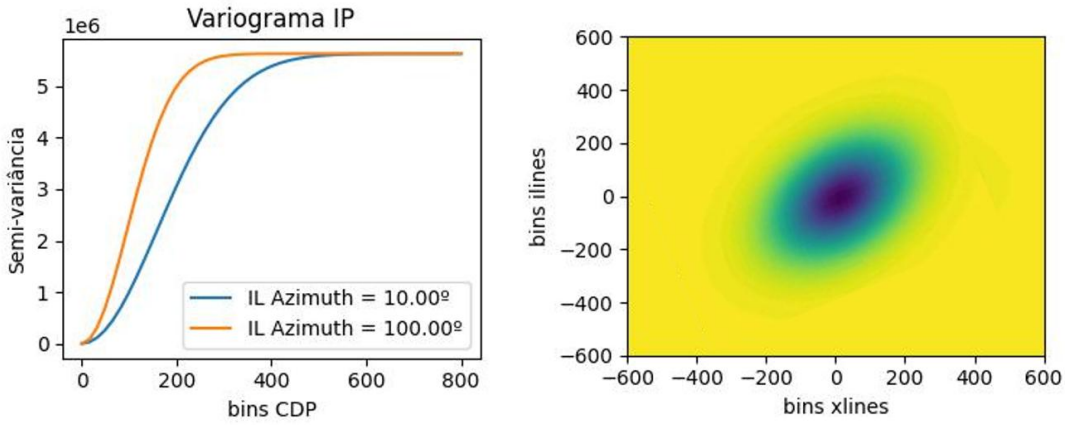

Figura 14 - Variograma anisotrópico de Ip, com direção preferencial e alcance semelhante aos demais parâmetros elásticos.

O fluxo descrito foi aplicado aos parâmetros Vp, Vs e densidade. Posteriormente, esses parâmetros foram utilizados para o cálculo da impedância acústica (Ip) e da impedância de cisalhamento (Is), conforme apresentado no capítulo de aplicações. A krigagem foi realizada sobre os dados de poço amarrados no domínio do tempo e reamostrados para 4ms, mesma amostragem da sísmica. A filtragem passa-baixa foi introduzida apenas após a etapa de krigagem, de modo a preservar a variabilidade espacial durante a interpolação. A definição da frequência de corte do filtro passa-baixa baseou-se na análise espectral do dado sísmico, discutida no Capítulo 5.2.

A título de ilustração metodológica, a Figura 15 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos por krigagem convencional e por krigagem com variável secundária aplicada aos dados do campo de Búzios. Observa-se que a abordagem com variável secundária apresenta desempenho superior, ao incorporar uma tendência consistente nas estruturas de baixa frequência e ao reproduzir maior heterogeneidade espacial, inclusive em regiões afastadas do controle direto dos poços.

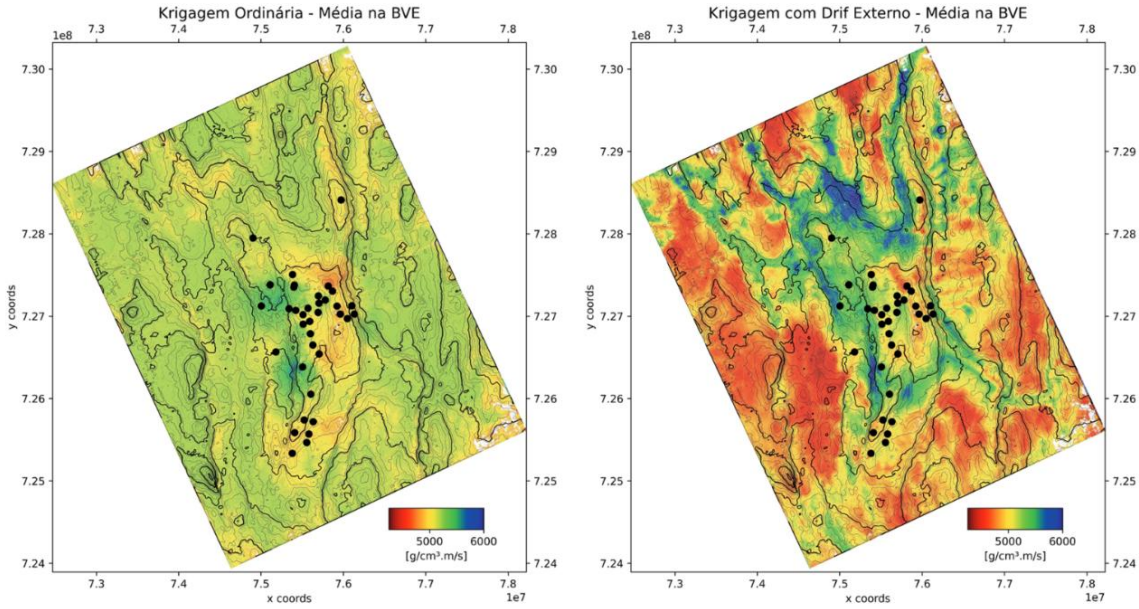

Figura 15 - Comparação da abordagem de krigagem e krigagem com segunda variável aplicada nos dados de Búzios.

A fundamentação teórica da krigagem com variável secundária, bem como do uso de variogramas anisotrópicos, foi apresentada no Capítulo 3. Detalhes adicionais sobre a parametrização do variograma, a quantidade e a qualidade dos poços e horizontes utilizados, assim como a definição do filtro passa-baixa, são apresentadas no capítulo de Capítulo 5, uma vez que dependem diretamente das características do conjunto de dados analisado, descritas na seção de Área de Estudo e Material do Capítulo 5.

4.1.2 Modelagem da C_m e Decomposição de Cholesky

A matriz de covariância do modelo *a priori* é utilizada para descrever as correlações estatísticas entre os parâmetros elásticos. Neste trabalho, essa matriz é formulada de modo a separar a dependência temporal da variabilidade entre os parâmetros. A covariância entre duas amostras localizadas nos tempos t e s pode ser expressa por:

$$C_m(t,s) = v(\tau)\,\Sigma_0, \tag{34}$$

no qual $v(\tau)$ é a função de correlação temporal, dependente do afastamento $\tau = | t - s |$, e Σ_0 é a matriz de covariância invariante no tempo. A matriz Σ_0 contém as variâncias e covariâncias entre os parâmetros considerados, sendo expressa por:

$$\boldsymbol{\Sigma}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha\sigma_\beta\nu_{\alpha\beta} & \sigma_\alpha\sigma_\rho\nu_{\alpha\rho} \\ \sigma_\alpha\sigma_\beta\nu_{\alpha\beta} & \sigma_\beta^2 & \sigma_\beta\sigma_\rho\nu_{\beta\rho} \\ \sigma_\alpha\sigma_\rho\nu_{\alpha\rho} & \sigma_\beta\sigma_\rho\nu_{\beta\rho} & \sigma_\rho^2 \end{bmatrix}, \tag{35}$$

em que $\sigma_{\alpha\beta}$, $\sigma_{\alpha\rho}$e $\sigma_{\beta\rho}$ representam as covariâncias entre $\ln\alpha(t)$, $\ln\beta(t)$ e $\ln\rho(t)$, respectivamente. Essas covariâncias são estimadas a partir dos valores observados nos dados de poços.

A função de correlação temporal $v(\tau)$ foi ajustada a partir do variograma experimental vertical dos dados de poços, utilizando a relação:

$$var(h) = 1 - \frac{\gamma(h)}{\text{sill}}, \tag{36}$$

no qual $\gamma(h)$ representa o variograma experimental e *sill* o patamar associado. A função analítica ajustada ao correlograma experimental segue a mesma formulação proposta por Buland (2003).

A partir da combinação da função de correlação temporal com a matriz de covariância invariante no tempo, foi construída a matriz de covariância completa do modelo. Considerando N_m amostras verticais por parâmetro, a matriz resultante possui dimensão $3N_m \times 3N_m$ e apresenta uma estrutura em blocos. A Figura 16 ilustra um exemplo.

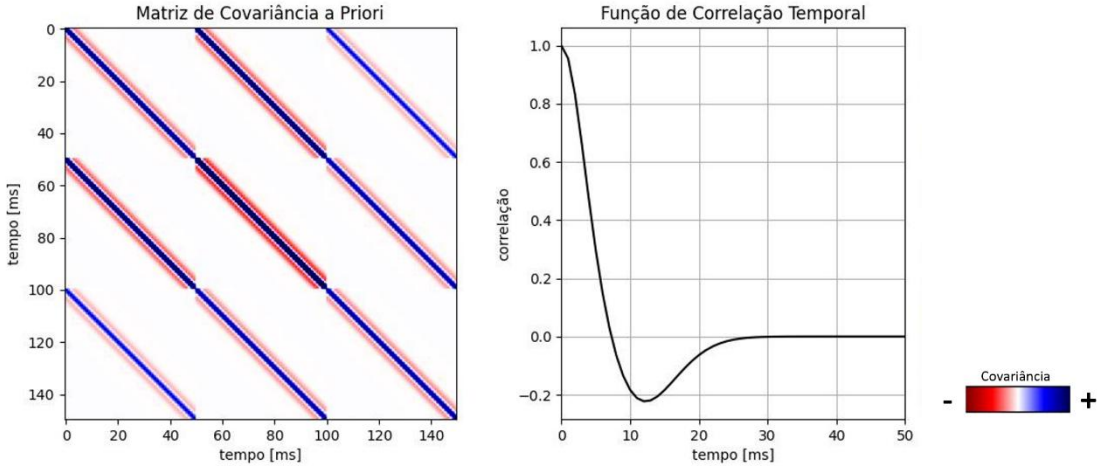

Figura 16 – Exemplo de uma matriz de covariância à esquerda construída com a função de correlação temporal ilustrada à direita.

Os valores de covariância são distribuídos ao longo das diagonais principais de cada submatriz, com decaimento progressivo nas diagonais adjacentes, de acordo com a função de correlação temporal adotada. Essa estrutura impõe uma continuidade vertical controlada entre as amostras e define as correlações estatísticas assumidas no modelo *a priori*.

Uma vez definida a matriz C_m e o modelo médio de baixa frequência m_{pr}, a geração dos membros do *ensemble* é realizada por meio da decomposição de Cholesky da matriz de covariância:

$$C_m = LL^T. \tag{37}$$

Assim, cada membro do ensemble é obtido como:

$$m_{\text{ens}}^{(j)} = m_{\text{pr}} + Lz^{(j)}, \tag{38}$$

em que $z^{(j)} \sim \mathcal{N}(0, I)$ é um vetor de ruído branco independente para cada realização j, e L é a matriz triangular inferior resultante da decomposição de Cholesky. A Figura 17 ilustra um exemplo de ensemble composto por 500 realizações. Os modelos e inversão são feitos em Vp, Vs e Densidade, mas para fins de análise são apresentados como Impedância Acústica e razão Vp/Vs.

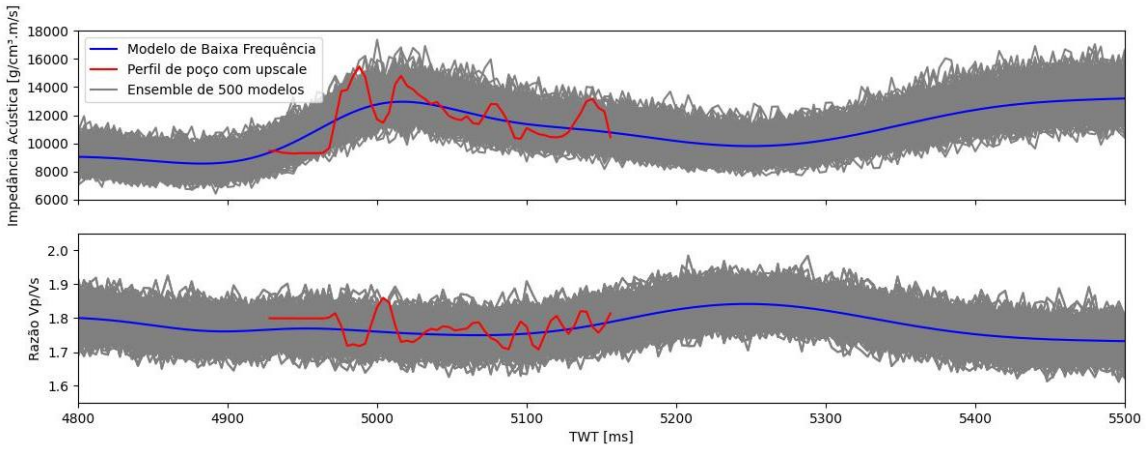

Figura 17 - Exemplo de *ensemble* com 500 modelos.

A decomposição de Cholesky é aplicada de forma unidimensional (1D), traço a traço, em função do elevado custo computacional associado à construção e fatoração de matrizes de covariância multidimensionais, como casos 2D e 3D. A abordagem 1D permite impor de forma eficiente a correlação vertical e as covariâncias cruzadas entre os parâmetros. Por outro lado, para introduzir continuidade lateral entre os membros do ensemble, o vetor de ruído branco $z^{(j)}$ é previamente correlacionado no domínio espacial. Um exemplo é apresentada na Figura 18. Para esse fim, foi empregado o método FFT-MA (*Fast Fourier Transform – Moving Average*), descrito no Capítulo 3, que permite a geração de campos aleatórios com uma estrutura de correlação espacial predefinida a partir de um campo de ruído branco.

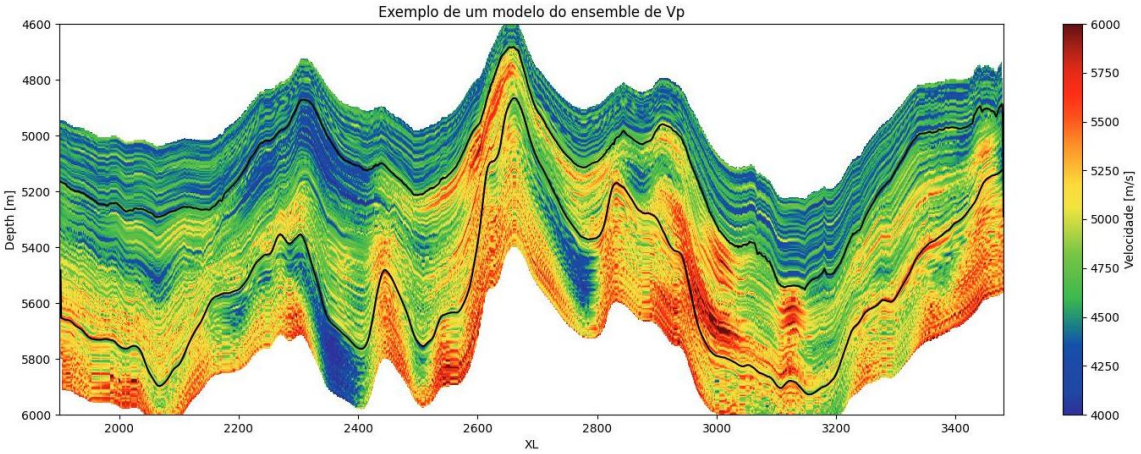

Figura 18 - Exemplo de um dos modelos que compõem o *ensemble* de Vp.

O modelo de variograma horizontal utilizado no FFT-MA é o mesmo empregado na krigagem do modelo de baixa frequência, assegurando consistência entre a tendência média e as perturbações estocásticas. A estratigrafia é incorporada por meio do modelo de Relative Geological Time (RGT), garantindo que a continuidade lateral respeite a geometria deposicional das camadas. Dessa forma, cada membro do ensemble incorpora simultaneamente a correlação vertical imposta pela matriz de covariância *a priori*, por meio da decomposição de Cholesky, e a continuidade lateral controlada pelo modelo de correlação espacial adotado.

4.2 Inversão Sísmica ES-MDA no subespaço

A inversão do termo $(\mathrm{C}_{dd}^{m}+\mathrm{C}_e)^{-1}$ presente na Eq. 22 pode se tornar computacionalmente custosa, uma vez que essa matriz possui dimensão $N_d \times N_d$, onde N_d representa o número de amostras do dado sísmico. Em aplicações práticas, esse número pode ser muito elevado, tornando a inversão direta desse termo inviável do ponto de vista computacional.

Com o objetivo de contornar esse problema, Evensen (2019) propôs uma abordagem mais eficiente conhecida como inversão em subespaço (*subspace inversion*). A ideia central desse método consiste em reduzir a dimensionalidade efetiva do problema, projetando os dados em um subespaço de menor dimensão, definido a partir da variabilidade do *ensemble*. Dessa forma, o problema original de dimensão N_d é reduzido para um problema de dimensão $\boldsymbol{N_e}$, onde $\boldsymbol{N_e}$ é o número de membros do *ensemble*. Essa redução é particularmente vantajosa quando $\boldsymbol{N_d \gg N_e}$, situação típica em aplicações do ES-MDA.

A redução de dimensionalidade é realizada por meio da decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition – SVD*). Dada a matriz de anomalias dos dados simulados $\Delta\mathrm{D} = \mathrm{D} - \bar{\mathrm{D}}$, sua decomposição SVD é escrita como:

$$\Delta\mathrm{D} = \mathrm{USV}^{T}, \tag{39}$$

em que U contém os vetores singulares à esquerda, associados às direções dominantes no espaço dos dados, S é uma matriz diagonal que contém os valores singulares S_i, os quais quantificam a energia (ou variância) associada a cada modo, e V contém os vetores singulares à direita, associados ao espaço dos modelos.

Os valores singulares são usualmente ordenados de forma decrescente, de modo que os primeiros modos concentram a maior parte da variabilidade do *ensemble* no espaço dos dados. Modos associados a valores singulares pequenos tendem a representar ruído ou variações pouco informativas. A Figura 19 ilustra esse conceito, comparando uma imagem a reconstrução de uma imagem obtida a partir de um número reduzido de modos singulares, evidenciando como as principais estruturas são preservadas de acordo com a proporção do truncamento.

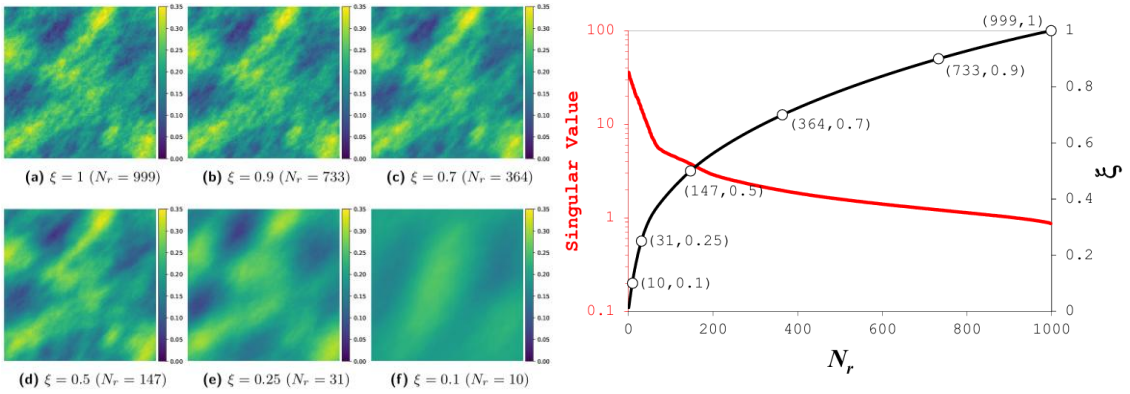

Figura 19 – Experimento de Emerick (2025) ilustrando o efeito do número de valores singulares $N_r$na representação do modelo. À esquerda, mapas reconstruídos para diferentes limiares ϵ e números de valores singulares retidos, evidenciando a redução progressiva da variabilidade espacial à medida que $N_r$diminui. À direita, a curva preta mostra a energia acumulada em função de N_r, enquanto a curva vermelha indica o valor singular correspondente, destacando o compromisso entre complexidade do modelo e retenção de energia.

Dessa forma, é possível aplicar um truncamento da SVD, mantendo apenas os N maiores valores singulares, de modo que a energia acumulada satisfaça o critério:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} S_i^2}{\sum_i S_i^2} \geq \epsilon, \tag{40}$$

no qual ϵ é um limiar definido pelo usuário, tipicamente entre 90% e 99%. Esse procedimento reduz significativamente a dimensionalidade do problema, preservando as estruturas mais relevantes dos dados.

Após o truncamento, define-se o subespaço reduzido a partir da matriz U_N, composta pelos N primeiros vetores singulares. Vetores e matrizes podem então ser projetados nesse subespaço, por exemplo, por meio das operações:

$$\mathrm{x}_{\mathrm{sub}} = \mathrm{U}_N^T \mathrm{x}, \text{ para projeção de vetores e} \tag{41}$$

$$C_{sub} = \mathrm{U}_N^T C \mathrm{U}_N, \text{ para projeção de matrizes.} \quad (42)$$

Essas operações podem ser interpretadas como uma mudança de base, na qual os dados passam a ser representados em termos dos modos dominantes do *ensemble*. Com isso, todas as operações de inversão passam a ocorrer no espaço reduzido, tornando o cálculo do ganho de Kalman computacionalmente mais eficiente e numericamente mais estável.

Algorithm 1: ES-MDA no subespaço com truncamento da SVD

Input: Modelo *a priori* $\mathbf{M}^{(0)}$, dados sísmicos observados $\mathbf{d}$, operador direto $\mathcal{G}$, matriz de erro $\mathbf{C}_e$, parâmetros $\{\alpha_k\}_{k=1}^{N_a}$, toleârancia ϵ do truncamento SVD

Output: Ensemble de modelos *a posteriori* $\mathbf{M}^{(N_a)}$

Inicializar $\mathbf{M} = \mathbf{M}^{(0)}$;

Define-se $\{\alpha_k\}$ tal que $\sum_{k=1}^{N_a} \frac{1}{\alpha_k} = 1$;

for $k = 1, \ldots, N_a$ **do**

- $\mathbf{D} = \mathcal{G}(\mathbf{M})$; // Modelagem direta dos ensembles
- $\mathbf{d}^{(j)} = \mathbf{d} + \sqrt{\alpha_k \mathbf{C}_e}\, \boldsymbol{\epsilon}^{(j)}, \quad \boldsymbol{\epsilon}^{(j)} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$; // Perturbação do dado observado
- $\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = \Delta\mathbf{D}$; // Decomposição em valores singulares
- $\sum_{i=1}^{N} S_i^2 / \sum S_i^2 \geq \epsilon$; // Truncamento dos N valores singulares
- $\mathbf{Z} = \mathbf{U}_N^T \Delta\mathbf{D}$; // Projeção dos dados diretos no subespaço truncado
- $\mathbf{C}_{e,Z} = \beta\, \mathbf{U}_N^T \mathbf{C}_e \mathbf{U}_N$; // Projeção de $\mathbf{C}_e$ no subespaço truncado
- $\mathbf{C}_{MZ} = \frac{1}{N_e - 1} \Delta\mathbf{M} \Delta\mathbf{Z}^T$;
- $\mathbf{C}_{ZZ} = \frac{1}{N_e - 1} \Delta\mathbf{Z} \Delta\mathbf{Z}^T$;
- $\mathbf{K} = \mathbf{C}_{MZ} \left(\mathbf{C}_{ZZ} + \alpha_k \mathbf{C}_{e,Z}\right)^{-1}$; // Ganho de Kalman no subespaço truncado
- $\mathbf{M} = \mathbf{M} + \mathbf{K} \left(\mathbf{U}_N^T \mathbf{d}^{(j)} - \mathbf{U}_N^T \mathbf{D}\right)$; // Atualização dos ensembles

O algoritmo apresentado descreve o passo a passo da implementação do ES-MDA adaptado para a inversão em subespaço com truncamento da SVD. Em cada iteração do ES-MDA, a SVD é aplicada à matriz de anomalias dos dados simulados $\boldsymbol{\Delta D}$. Após o truncamento, os dados e as matrizes de covariância são projetados no subespaço reduzido, no qual são calculadas as covariâncias cruzadas $\mathbf{C}_{MZ}$ e $\mathbf{C}_{ZZ}$. O ganho de Kalman é então obtido nesse subespaço, permitindo a atualização eficiente do *ensemble* de modelos.

Em síntese, a inversão em subespaço baseada em SVD possibilita uma redução drástica do custo computacional do ES-MDA, ao mesmo tempo em que mantém a consistência estatística do método, concentrando o processo de assimilação de dados nos modos mais informativos do sistema.

4.3 Modelagem do erro do dado

A matriz de erro associada aos dados observados foi modelada como uma matriz diagonal, implicando que os erros são independentes e não correlacionados entre si. Essa é uma suposição comum em inversão sísmica, pois simplifica o problema sem comprometer a qualidade da solução em casos onde a correlação do ruído não é dominante. Isso significa que a covariância do ruído é representada como:

$$C_d = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2) \quad (43)$$

no qual cada $\sigma_i$representa a variância do erro no respectivo *partial-stack*.

No presente trabalho, foi adotado um valor constante de variância para cada *partial-stack*, o que equivale a assumir que todos as amplitudes dentro de um mesmo *stack* apresentam o mesmo nível de ruído. O valor inicial do desvio padrão do ruído foi definido a partir da razão sinal–ruído média (S/N) estimada no intervalo correspondente ao reservatório.

Valores de erro muito baixos levam a uma confiança excessiva nos dados sísmicos, resultando em ajustes dominados por ruído. Em contraste, erros elevados reduzem a influência dos dados, produzindo modelos excessivamente suaves e próximos ao modelo inicial. Assim, a escolha do nível de erro é crucial para o equilíbrio da inversão e deve ser validada por testes e controles de qualidade nos poços.

5. APLICAÇÃO E DISCUSSÃO

Neste capítulo é apresentado a aplicação da metodologia de inversão sísmica elástica probabilística aos dados OBN broadband do campo de Búzios. Primeiramente, é descrito o conjunto de dados utilizado, incluindo os horizontes interpretados e os poços amarrados. O volume sísmico fornecido passou por etapas de condicionamento, de modo que a discussão sobre os ganhos específicos decorrentes desse processo não é aprofundada neste estudo. Entretanto, destaca-se que o condicionamento é fundamental para o desempenho da inversão sísmica (Yu, et al., 2017; Simm & Bacon, 2014). Em seguida, descreve-se o filtro de baixa frequência aplicado aos dados sísmicos, cuja adoção é justificada por experimentos que demonstram seu impacto positivo no resultado da inversão sísmica.

Na sequência, apresenta-se o procedimento de extração das wavelets, com a justificativa das janelas escolhidas e do fator de escala adotado. Por fim, são mostrados os resultados das inversões realizadas pelos métodos avaliados: o ES-MDA e a AVA Linearizada Bayesiana.

Embora a inversão tenha estimado volumes de velocidade da onda P (Vp), velocidade da onda S (Vs) e densidade, a análise dos resultados concentrou-se nos volumes de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is), calculados a partir dessas propriedades. Essa escolha deve-se ao fato de que as impedâncias são, em geral, estimadas com maior robustez que as propriedades individuais, especialmente devido à maior incerteza associada à estimativa da densidade e razão Vp/Vs. Além disso, Ip e Is constituem os principais atributos utilizados na caracterização quantitativa de reservatórios, sendo diretamente relacionados às respostas sísmicas e amplamente empregados na discriminação de litologias e na estimativa de propriedades petrofísicas.

5.1 Área de Estudo

A área de estudo compreende o Campo de Búzios, localizado na Bacia de Santos (Figura 20), em águas ultraprofundas da margem sudeste brasileira. Descoberto em 2010, o campo situa-se a aproximadamente 230 km da costa do estado do Rio de Janeiro, sob lâmina d’água superior a 1.900 metros. Atualmente, o campo encontra-se em fase de desenvolvimento e produção e atingiu patamares superiores a 1 milhão de barris de óleo por dia. Isso consolida como o atual maior produtor de petróleo do Brasil, segundo dados da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) em 2025. O campo é operado pela Petrobras sob o regime de partilha da produção, em consórcio com as empresas chinesas CNOOC e CNODC, com regulação da ANP e gestão contratual realizada pela Pré-Sal Petróleo S.A. (PPSA). A produção teve início em 2018 e, até o momento, o campo conta com 8 FPSOs em operação e mais de 100 poços perfurados.

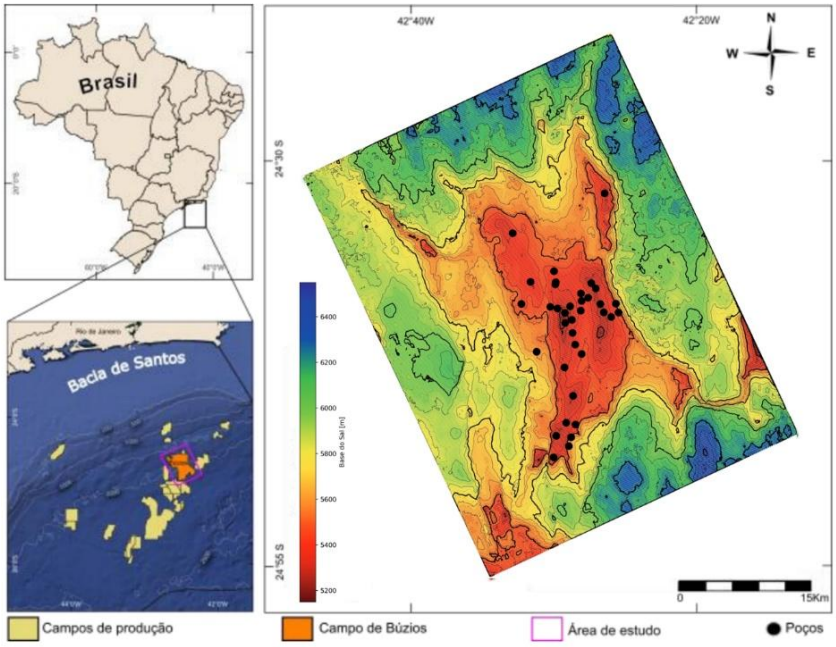

Figura 20 - Mapa de Localização do Campo de Búzios.

O reservatório do Campo de Búzios é constituído por carbonatos lacustres das formações Barra Velha e Itapema, depositados em distintos ambientes sedimentares. Devido à elevada complexidade geológica do campo, é possível definir um grande número de fácies sob o ponto de vista geológico. No entanto, na abordagem geofísica, consideram-se apenas aquelas fácies passíveis de distinção com base nos parâmetros invertidos (Avseth. Per & Tapan, 2005). A impedância acústica, de forma isolada, mostra-se insuficiente para a adequada separação das fácies carbonáticas, tornando necessária a incorporação dos parâmetros elásticos, o que justifica a aplicação da inversão sísmica elástica neste estudo (Mello & Lupinacci, 2022). Dentre as fácies analisadas, a argila magnesiana representa o principal desafio, uma vez que apresenta resposta elástica semelhante à de fácies reservatório, aumentando significativamente o risco de ambiguidades na classificação. Características como essa tornam reservatórios do pré-sal dependente de inversões sísmicas elásticas (Mello & Lupinacci, 2022) e de estimativas confiáveis de incerteza.

O dado sísmico utilizado no fluxo de inversão é um Down-going Least Squares RTM de 36hz proveniente de uma aquisição OBN (Ocean Bottom Nodes) com tecnologia broadband, realizada pela CGG em 2021. Aquisições OBN são reconhecidas pela elevada qualidade dos dados, decorrente da cobertura azimutal completa e da separação mais eficiente dos campos de onda, resultando em uma imagem sísmica com melhor razão sinal-ruído. O processamento incluiu a aplicação da Full Waveform Inversion (FWI) para a construção do modelo de velocidade. A Figura 21 apresenta um *blend* da amplitude sísmica *full stack* com o modelo de velocidade.

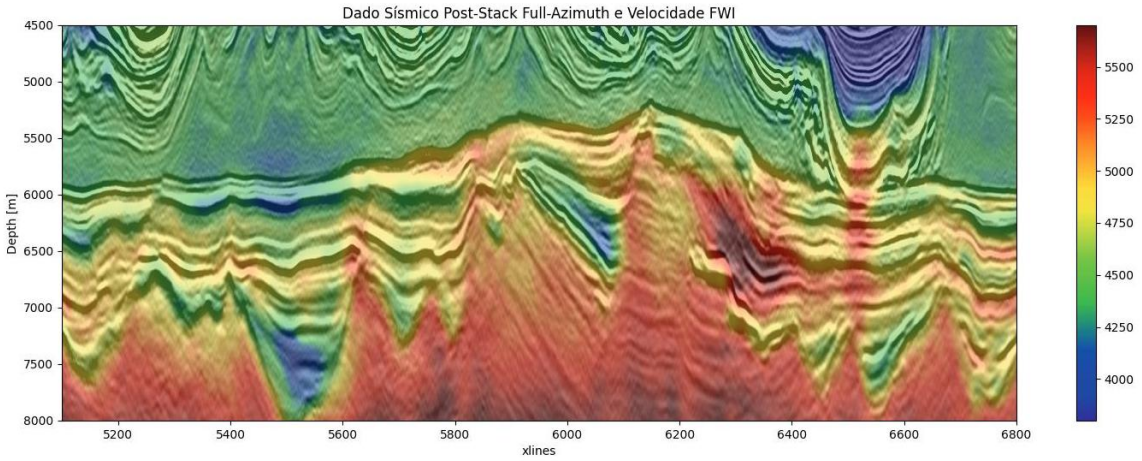

Figura 21 - Modelo de velocidade intervalar obtido via FWI com sismica *full stack* ao fundo.

O dado sísmico passou por um processo de condicionamento sísmico, cuja comparação entre o dado original e o dado tratado é apresentada na Figura 22. O condicionamento incluiu a aplicação do filtro estrutural *Dip Sphere Median Filter* (DSMF) e de um filtro baseado em redes neurais convolucionais, projetado para a preservação de descontinuidades sísmicas e a atenuação de ruído. O volume sísmico condicionado foi gerado como produto do trabalho desenvolvido por Oliveira Neto (2023), no âmbito do grupo GIECAR.

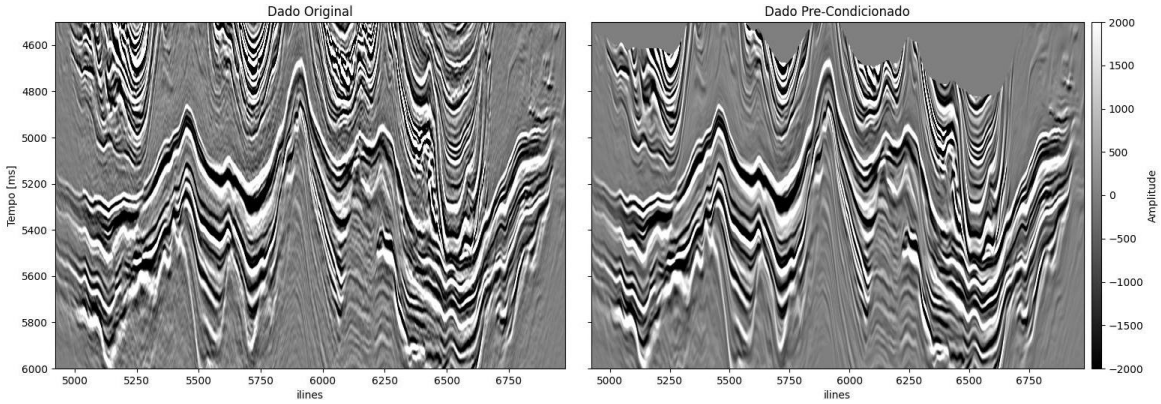

Figura 22 - Seção sísmica XL-5733 com dado original (esquerda) e dado condicionado (direita).

O dado sísmico utilizado na inversão sísmica elástica é composto por quatro volumes: *near*, *mid*, *far* e *ultra-far*, correspondentes aos intervalos angulares de 3–12°, 12–21°, 21–27° e maiores que 27°, respectivamente. A Figura 23 ilustra o bom alinhamento entre os *partial-stacks*, condição essencial para a aplicação da inversão elástica, uma vez que os parâmetros elásticos estimados estão diretamente associados ao comportamento AVO (*Amplitude Versus Offset*).

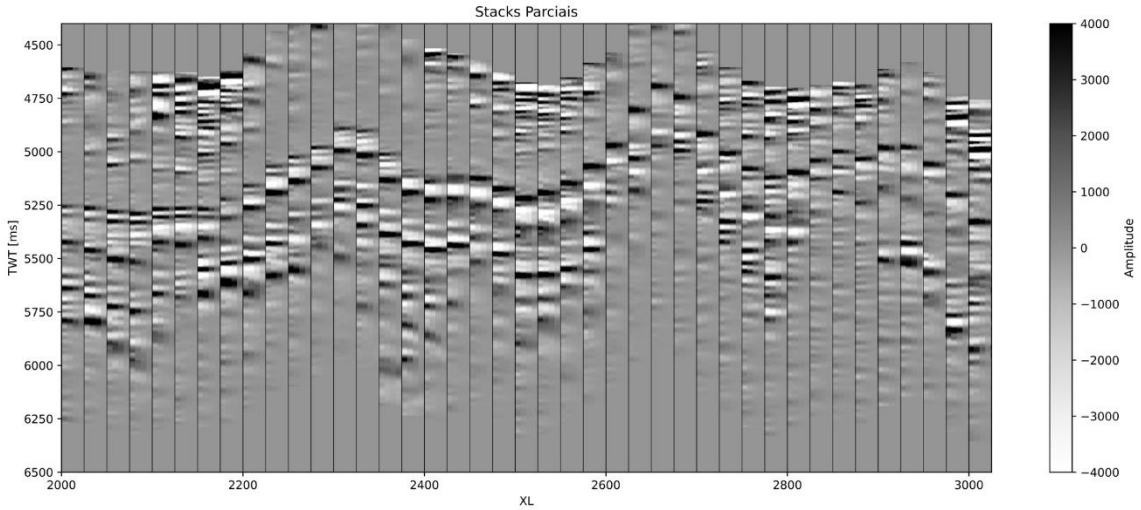

Figura 23 – *Partial-stacks near, mid, far e ufar* apresentados lado a lado para cada 25 traços.

Foram incorporados ao projeto um total de 36 poços. Esses poços dispõem de perfis sônicos, sônicos cisalhantes e de densidade, os quais foram utilizados para a estimativa da velocidade compressional (Vp), velocidade cisalhante (Vs), impedância acústica (Ip), impedância de cisalhamento (Is) e da razão Vp/Vs. A localização das cabeças dos poços é apresentada na Figura 20, enquanto os dados de perfis com upscale são mostrados sob a forma de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is) no subtópico 5.4.2. Em razão do elevado número de poços disponíveis, foi selecionada apenas uma amostragem representativa para fins de visualização e discussão.

Os horizontes utilizados são: base do sal, intra-Alagoas, pré-Alagoas , pré-Jiquiá e o embasamento, conforme ilustrado na Figura 24. Essas interpretações foram realizadas pelos pesquisadores do grupo GIECAR. As únicas intervenções aplicadas aos horizontes consistiram na suavização por meio de filtro gaussiano e na interpolação para a malha regular 1×1. A Figura 24 apresenta os horizontes em mapa.

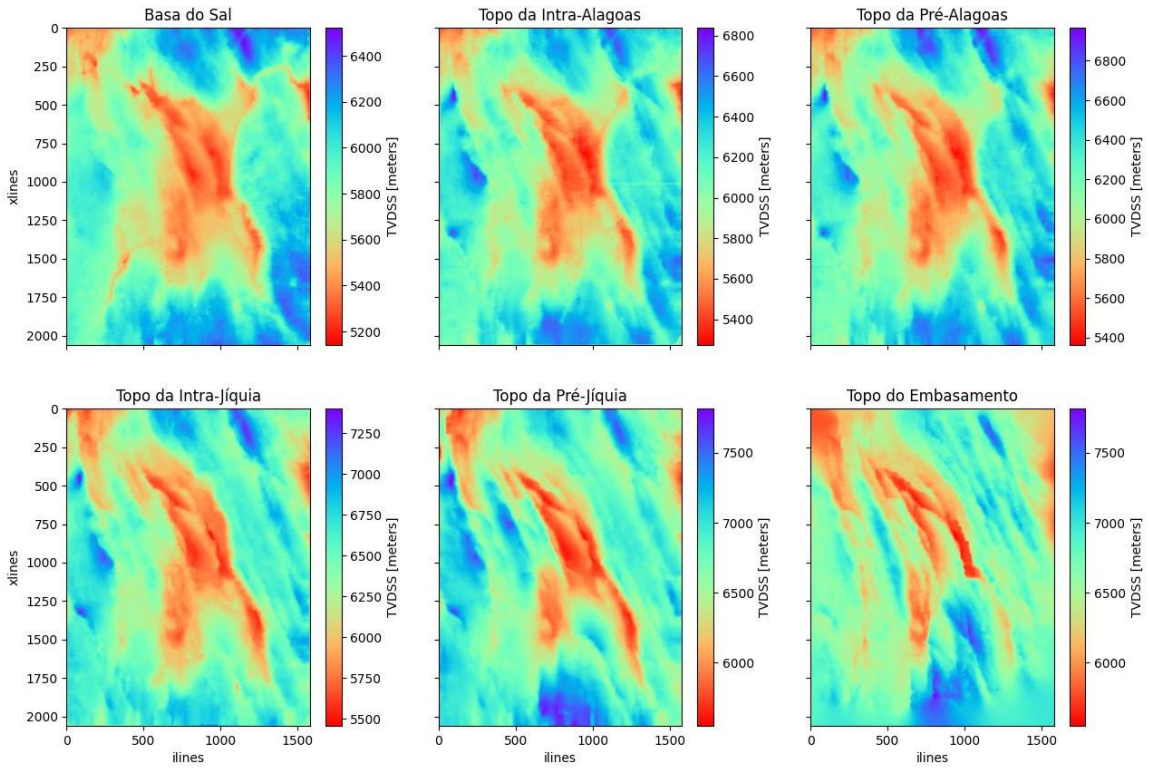

Figura 24 - Horizontes disponibilizados no projeto no domínio da profundidade.

Esses horizontes foram empregados na construção do modelo RGT, o qual serviu de base para a construção do modelo de baixa frequência e para a geração do *ensemble* de modelos. Adicionalmente, foram utilizados na extração de atributos sísmicos e na obtenção de mapas estatísticos dos resultados da inversão. Os mesmos horizontes são também apresentados em seção nas figuras que compõem o capítulo de resultados.

5.2 Filtragem das baixas frequências

Dados sísmicos *broadband* podem apresentar interferências nas baixas frequências com o modelo inicial. Embora não exista, até o momento, uma explicação conclusiva para esse comportamento, a interferência em baixas frequências pode estar associada à não estacionaridade da fase nesse intervalo espectral. Considerando que ainda não há um método robusto e amplamente aceito para tratar adequadamente esse conteúdo de frequência, optou-se neste estudo pela remoção dessas componentes por meio de filtragem dos 4 volumes partial-stacks. O filtro corta-baixa escolhido foi um *butterworth* de ordem 3 e frequência de corte 6Hz, mesma frequência de corte adotada no modelo de baixa frequência. Entretanto, a aplicação do filtro difere entre os dois casos: no modelo de baixa frequência, foram preservadas apenas as componentes abaixo de 6 Hz, enquanto nos volumes sísmicos foram mantidas apenas as frequências acima de 6 Hz. A Figura 25 mostra o impacto da filtragem no especto de amplitude.

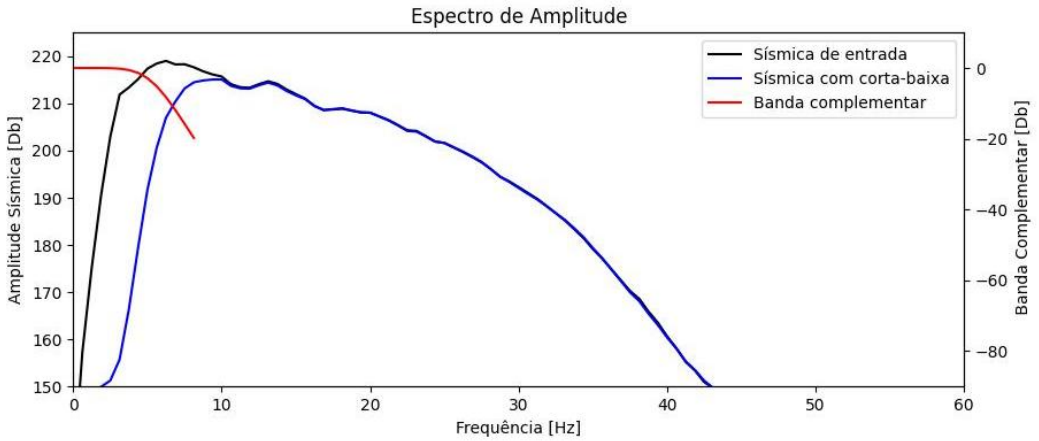

Figura 25 - Espectro de Amplitude do dado sísmico de entrada em comparação com a sísmica com filtro *low-cut butterworth* de 6hz e ordem 3.

Dessa forma, o conteúdo de baixas frequências (0 a 6Hz) é exclusivamente adicionado ao processo de inversão pelos modelos inicias, enquanto as frequências intermediárias e altas são estimadas no processo de inversão a partir dos dados sísmicos. O resultado da filtragem das baixas frequências é evidenciado na Figura 26. Observa-se que, após a filtragem, as reflexões negativas,representadas em branco, deixam de exibir o caráter suavizado e de longo período típico das baixas frequências. Em seu lugar, surge um padrão sísmico com mais eventos. A partir deste ponto, todas as seções sísmicas utilizadas e discutidas ao longo deste trabalho referem-se ao volume filtrado.

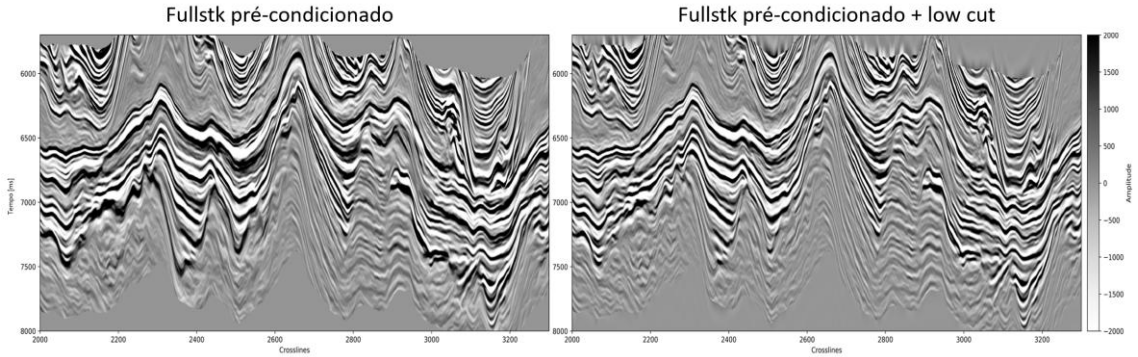

Figura 26 - Dado sísmicos antes (esquerda) e após (direita) a aplicação de filtro *low-cut butterworth* de 6Hz e ordem 3.

O impacto da filtragem na inversão é apresentado na Figura 27, na qual se observa uma melhora significativa na estimativa. A remoção das componentes de baixa frequência reduz uma tendência de longo comprimento de onda que afastava o resultado estimado da resposta considerada ótima. Observa-se que, após a filtragem, há uma melhora significativa no resultado da inversão.

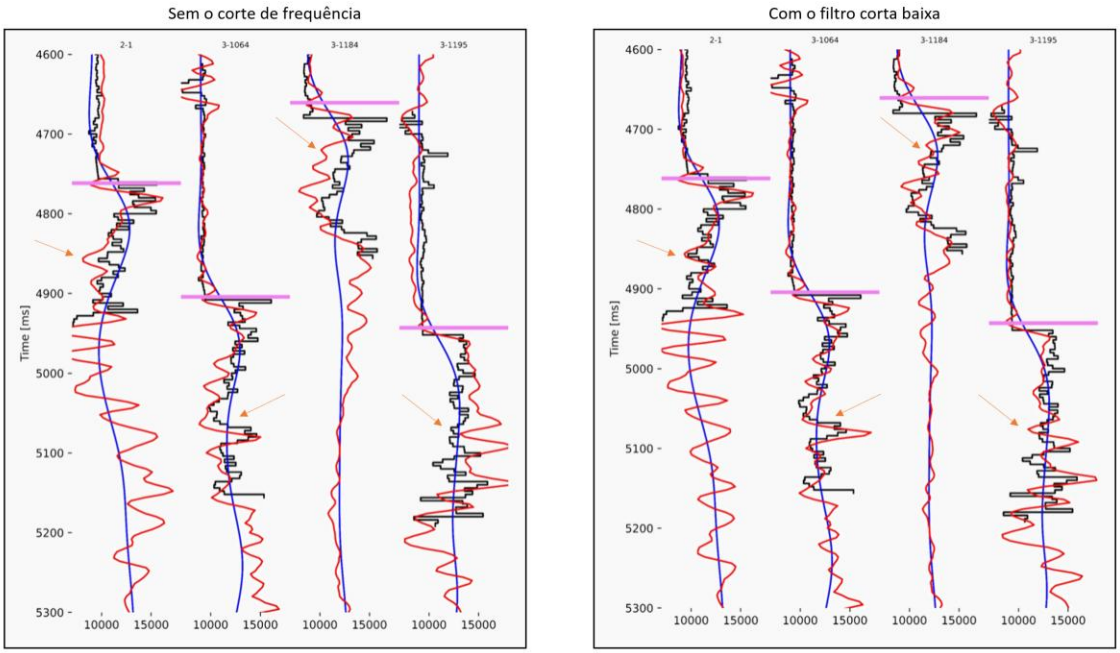

Figura 27 - Comparação dos resultados da inversão sísmica para impedância acústica em 4 poços utilizando a banda de frequência original do dado sísmico e após a aplicação do filtro de corte de baixas frequências.

5.3 Wavelets e fator de escala

A escolha das *wavelets* e dos seus respectivos *scaling number* está diretamente relacionada a uma premissa fundamental conhecida como estacionariedade. A estacionariedade é um conceito estatístico que se refere à invariância das propriedades estatísticas de um sinal ao longo do tempo e do espaço. No contexto da inversão sísmica, assume-se que a wavelet é invariante no tempo e no espaço, isto é, estacionária. Essa suposição implica que uma única wavelet pode ser utilizada para representar um intervalo de um volume sísmico.

Para que essa hipótese seja válida, é necessário selecionar uma wavelet que represente adequadamente todo o intervalo que se deseja realizar a inversão sísmica. Para isso, analisam-se o conteúdo de frequência e o comportamento da amplitude do dado sísmico. A análise de frequência auxilia na definição da janela temporal mais adequada para a extração da wavelet estatística, enquanto o estudo da amplitude é fundamental para a determinação do fator de escala da *wavalet*.

A Figura 28 (à esquerda) apresenta a variação lateral da amplitude por meio do mapa de amplitude RMS, extraído no intervalo que engloba parte da Formação Barra Velha e Fm. Itapema. Este intervalo foi obtido a partir dos horizontes sísmicos da Base do Sal menos 100ms e do Topo da Piçarras mais 200 ms. O decaimento da amplitude com a profundidade, causado por efeitos de absorção e dispersão, é geralmente mitigado durante o processamento sísmico. No entanto, observa-se que a amplitude ainda apresenta variações laterais significativas, atribuídas à geologia e à heterogeneidade do meio. No mapa, é possível identificar regiões com maior amplitude, como na porção norte da área.

Na Figura 28 (à direita), é apresentada a variação lateral da frequência dominante, permitindo a comparação direta com o mapa de amplitude RMS. A frequência dominante representa a banda de maior energia do espectro e está diretamente relacionada à resolução vertical do dado sísmico, influenciando a capacidade de discriminar interfaces próximas. Dessa forma, variações laterais podem indicar mudanças litológicas ou efeitos de espessura de camadas, afetando diretamente a hipótese de estacionariedade e a estabilidade da wavelet única assumida na inversão. No contexto da extração da wavelet, sua análise auxilia na definição da janela temporal mais representativa do intervalo de interesse, garantindo que o conteúdo espectral do dado seja adequadamente amostrado.

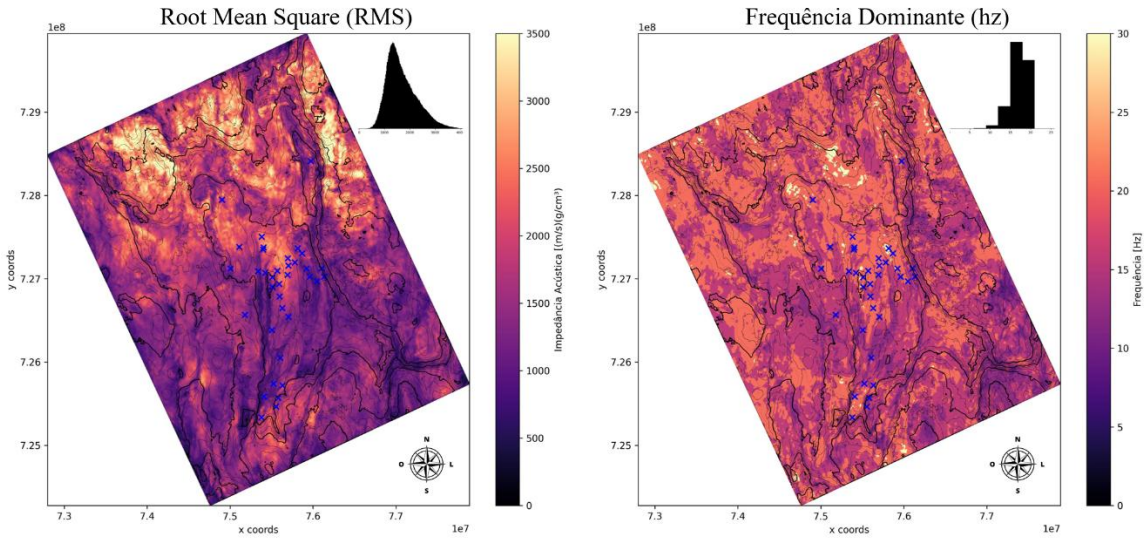

Figura 28 - Mapas de RMS e frequência dominante extraídos no intervalo Base do Sal menos 100ms e Piçarras mais 200ms.

Para uma melhor compreensão da heterogeneidade do conteúdo espectral do dado sísmico, foram analisados espectros de amplitude em função da frequência em diferentes janelas temporais e espaciais do *full-stack*, conforme ilustrado na Figura 29. Observa-se que o espectro correspondente à janela 5 apresenta maior largura de banda quando comparado aos demais, contrastando especialmente com a janela 1. Por outro lado, as janelas 2, 3 e 4 — regiões onde se concentra a maior parte dos poços — exibem espectros bastante semelhantes entre si. A janela 3, localizada aproximadamente no centro do volume sísmico, foi selecionada para as estimativas das wavelet (*partial-stacks*) para serem utilizadas na inversão, por representar uma condição média do sinal.

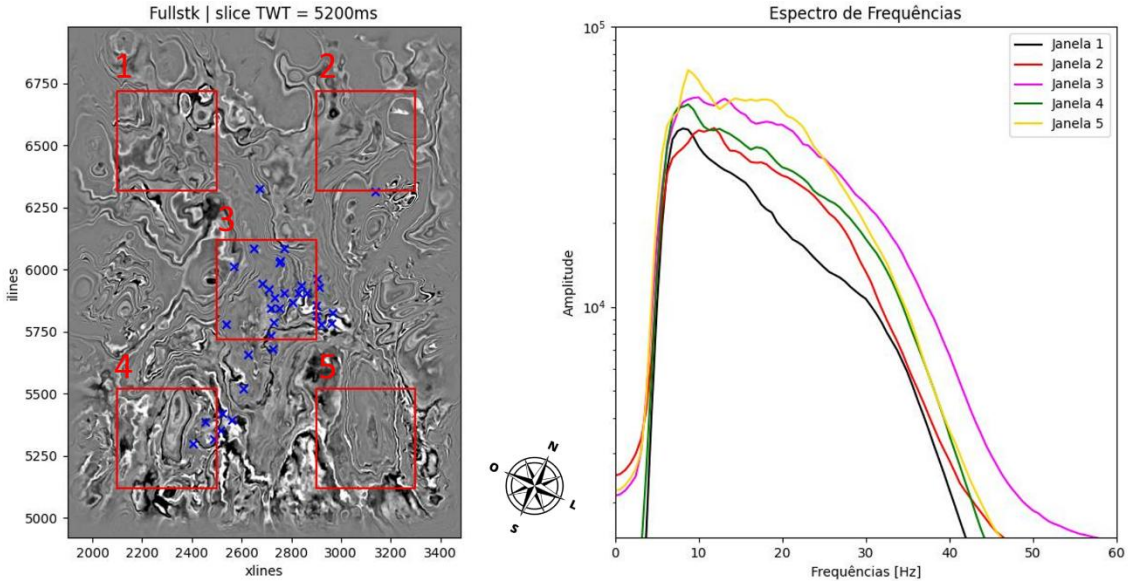

Figura 29 - Espectros de amplitude extraídos em 5 áreas no Campo de Búzios, com janela da Base do Sal-100ms até Base do Sal+1200ms.

As *wavelets* foram extraídas pelo método conhecido como wavelet estatística e assumiu fase zero (Simm & Bacon, 2014; Abramovich, Bailey, & Sapatinas, 2001). Assume-se que a refletividade seja um processo aleatório, de média nula e espectro branco, o que permite que o espectro de frequência do dado sísmico seja igual ao espectro de frequência da wavelet. O tamanho definido para a estimativa da *wavelet* foi de 512ms. Além da abordagem estatística, existem métodos determinísticos e o uso de *wavelets* teóricas, que não são abordados neste trabalho. A Figura 30 ilustra as *wavelets* estimadas para os *partial-stacks*.

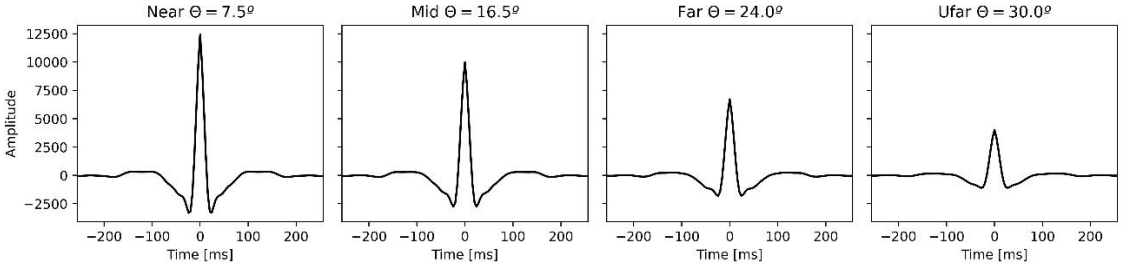

Figura 30 - *Wavelets* estatísticas estimadas a partir dos *partial-stacks*.

Após as estimativas das *wavelets*, é necessário definir o fator de escala para cada *partial-stack*. O fator de escala consiste em um escalar para multiplicar a wavelet para colocar o dado sísmico sintético na mesma escala do dado sísmico real. Considerando a variação lateral de amplitude observada no dado sísmico, torna-se necessário adotar um fator de escala médio para cada *partial-stack*, compensando de forma correta em algumas regiões e outras não.

Uma forma prática de avaliar as *wavelets* e o fatores de escalas adotados consiste na comparação entre sísmica sintética e sísmica real nos poços. O fator de escala é calculado individualmente para cada poço utilizando a expressão:

$$\lambda = \sqrt{\frac{E(d)}{E(s)}} \tag{44}$$

no qual $E(d)$ representa a energia do dado sísmico e $E(s)$ a energia do sinal sintético. Como cada poço resulta em um valor distinto de escala, é possível definir um valor mais representativo por meio da análise dos histogramas apresentados na Figura 31. As médias desses valores foram utilizadas para definir os fatores de escala ótimos para os *stacks* near, mid, far e ufar, correspondentes aos valores 2.72, 3.09, 3.65 e 4.12, respectivamente. Essa abordagem permite avaliar se um único conjunto de wavelet e fator de escala é capaz de representar adequadamente todo o conjunto de dados.

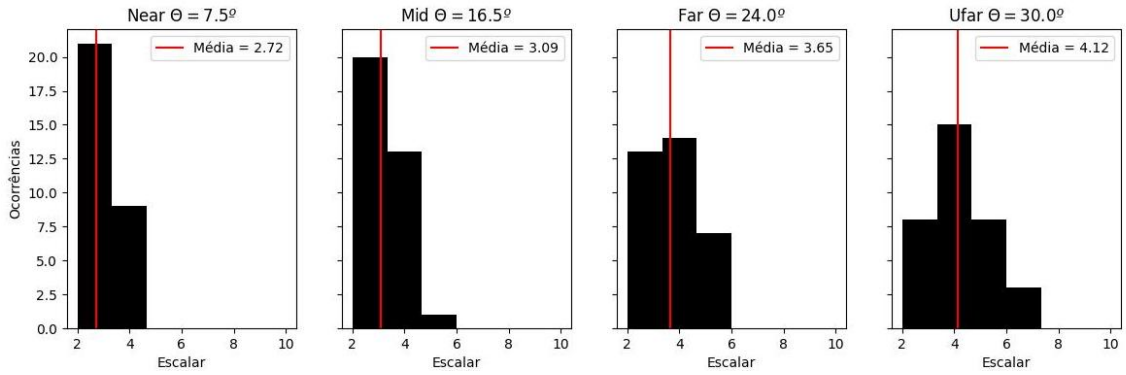

Figura 31 - Valores dos fatores de escala ótimos dos poços para cada *partial-stack*. Esses escalares ótimos são obtidos através da minimização do resíduo.

5.4 Inversão Sísmica Elástica Probabilística

Em síntese, a inversão ES-MDA foi realizada utilizando quatro etapas de assimilação, com coeficientes de inflação α = [1.875, 3.75, 7.5, 15], definidos de modo a apresentar um comportamento geométrico, conforme a recomendação de Emerick (2019). O desvio padrão σ do erro associado à matriz de inflação foi estabelecido como 118, 154, 136 e 86 para os volumes *near*, *mid*, *far* e *ufar*, respectivamente. O modelo direto adotado foi a equação de Zoeppritz para Rpp, ou seja, sem o uso de aproximações lineares. O algoritmo de inversão foi aplicado traço a traço, utilizando o mesmo subespaço SVD em todas as etapas de assimilação de um mesmo traço. A amostragem temporal utilizada foi de 4 ms, considerando um intervalo de tempo entre 4300 ms e 6400 ms.

Os resultados da inversão sísmica elástica estocástica são, inicialmente, mostrados em seções e mapas de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is), considerando dois níveis estratigráficos: a Formação Barra Velha e a Formação Itapema. Em seguida, realiza-se uma avaliação quantitativa da qualidade da inversão ES-MDA. Nessa etapa, são calculados os coeficientes de correlação entre os resultados da inversão e os perfis medidos nos poços. Além disso, os resultados são analisados por meio da comparação direta com os dados de poço e da avaliação das PDFs *a posteriori*.

No mesmo tópico, é feita uma comparação entre as estimativas de incerteza fornecidas pelo ES-MDA em comparação com a inversão de *benchmark*, correspondente

à inversão AVA linearizada Bayesiana, que utiliza a aproximação linear de Aki & Richards (1980). Os resultados são apresentados somente em termos de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is).

5.4.1 Resultados em seção e mapas

As Figura 32 e Figura 33 apresentam o dado sísmico *full-stack*, a impedância acústica e a impedância de cisalhamento obtidas pelos dois métodos de inversão. Essa seção foi selecionada por cruzar o poço 1064, o qual intercepta fácies com argilas magnesianas posicionadas em uma região de baixo estrutural relativo, limitada por dois altos locais.

Embora o dado *full-stack* não seja utilizado diretamente nas inversões elásticas, ele é apresentado com o objetivo de permitir ao leitor uma comparação qualitativa entre a resposta sísmica e os resultados da inversão. Nas seções apresentadas, são exibidos apenas os resultados referentes ao pré-sal, no entanto, a inversão foi realizada em um intervalo temporal mais amplo. A utilização de um intervalo maior do que a área de interesse é fundamental, uma vez que o modelo convolucional, adotado como modelo direto, requer amostras acima e abaixo da zona de interesse para a correta reprodução das reflexões de topo e base dos reservatórios. Idealmente, o intervalo de inversão deve conter, no mínimo, meia wavelet acima e meia wavelet abaixo da zona de interesse, garantindo que a resposta sísmica associada aos refletores localizados nos limites do intervalo seja adequadamente representada. Essa extensão reduz os efeitos de borda e evita o truncamento de eventos refletidos provenientes de interfaces adjacentes à zona de interesse, contribuindo para uma modelagem sísmica mais consistente e, consequentemente, para resultados de inversão mais confiáveis. Os resultados foram convertidos para o domínio da profundidade apenas para fins de visualização, visto que a inversão e o controle de qualidade foram realizados no domínio do tempo.

De modo geral, observa-se boa continuidade lateral das propriedades estimadas por ambos os métodos. Valores elevados de impedância acústica estão associados a intervalos de reservatório mais fechados, enquanto valores mais baixos tendem a indicar melhores qualidades de reservatório. No entanto, há ambiguidade devido à presença de fácies com argilas magnesianas, que também podem gerar respostas sísmicas similares às de rochas carbonáticas mais porosas.

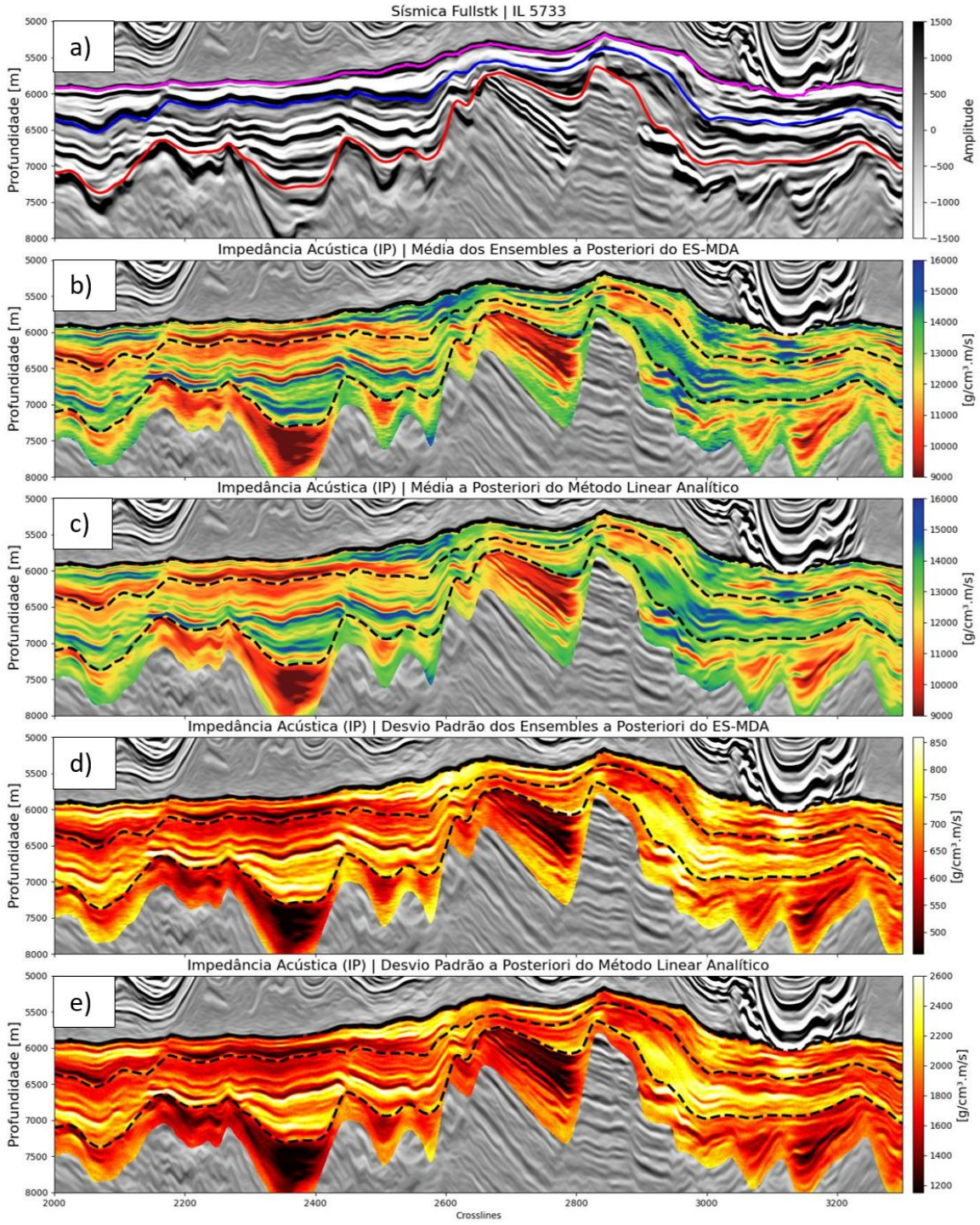

Figura 32 - Comparação dos resultados da inversão sísmica elástica para a impedância acústica (Ip) obtidos pelos métodos ES-MDA e bayesiano analítico linearizado. (a) Dado sísmico *full-stack* (b) Média a posteriori estimada pelo ES-MDA (c) Média a posteriori estimada pelo método bayesiano analítico linearizado (d) Desvio padrão a posteriori estimado pelo ES-MDA (e) Desvio padrão a posteriori estimado pelo método bayesiano analítico linearizado.

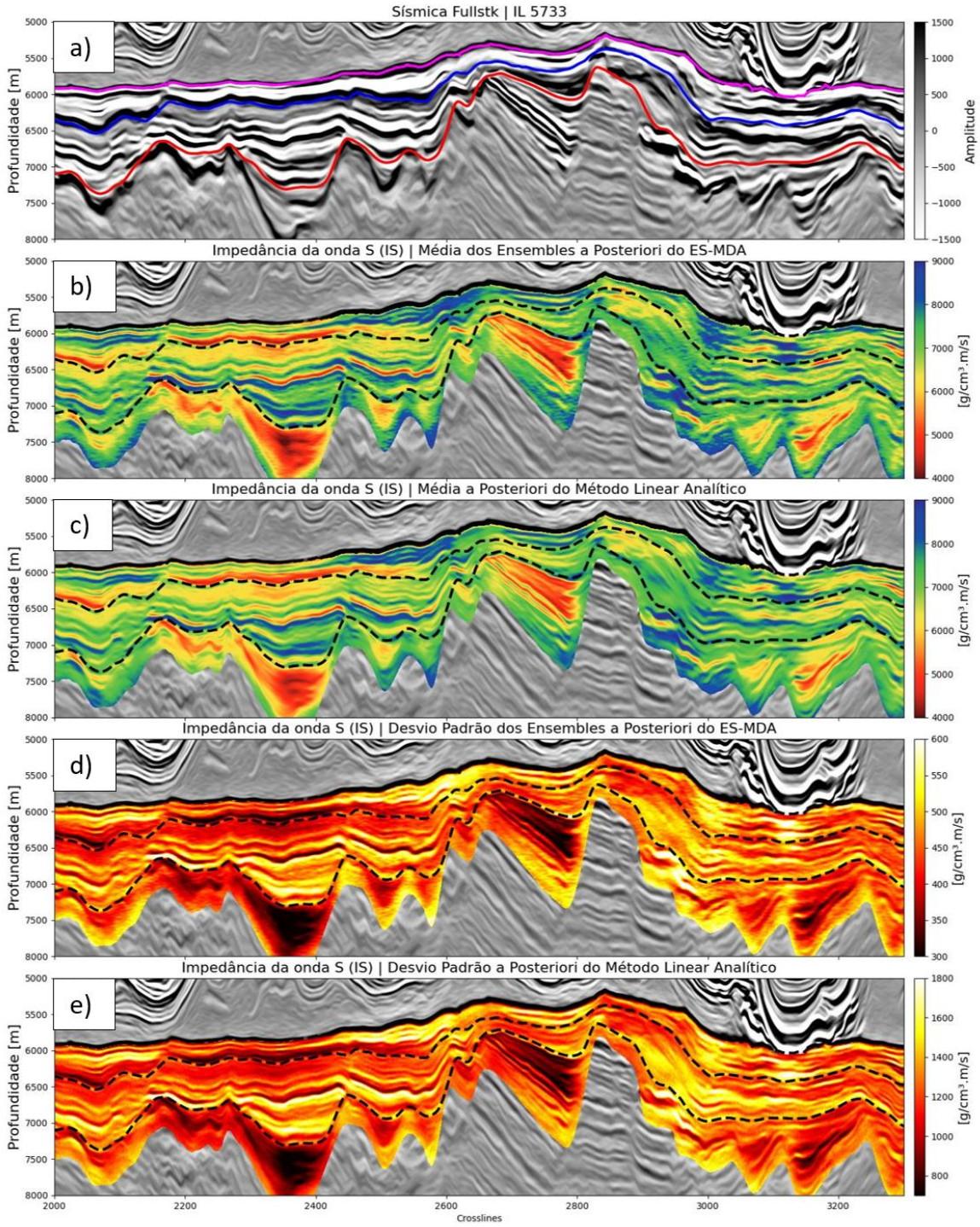

Figura 33 - Comparação dos resultados da inversão sísmica elástica para a impedância de cisalhamento (Is) obtidos pelos métodos ES-MDA e bayesiano analítico linearizado. (a) Dado sísmico *full-stack* (b) Média a posteriori estimada pelo ES-MDA (c) Média a posteriori estimada pelo método bayesiano analítico linearizado (d) Desvio padrão a posteriori estimado pelo ES-MDA (e) Desvio padrão a posteriori estimado pelo método bayesiano analítico linearizado.

O desvio padrão da impedância acústica mostra-se heterogêneo, com valores mais elevados em regiões associadas a fortes contrastes positivos de impedância, refletindo

maior incerteza nessas zonas. O desvio padrão da impedância de cisalhamento apresenta padrões correlatos aos da impedância acústica, como observado nos mapas da Figura 34, Figura 35 e Figura 36.

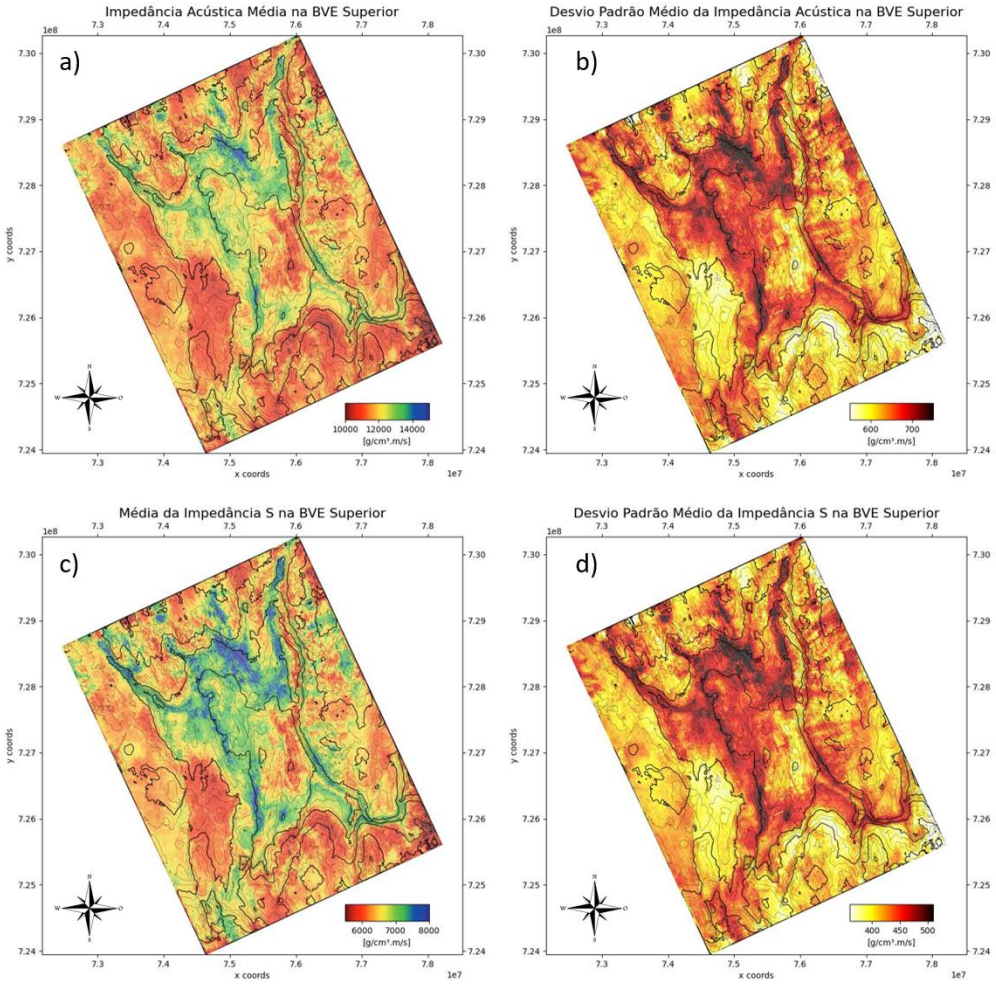

Figura 34 - Mapas da média e do desvio padrão da impedância acústica e da impedância de cisalhamento do método ES-MDA extraídos do intervalo superior da Formação Barra Velha. O intervalo corresponde à janela compreendida entre a base do sal menos 30 ms e a discordância intra-Alagoas, interpretada como o evento sísmico imediatamente acima da discordância pré-Alagoas. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior.

Na Formação Barra Velha, observa-se o contraste entre os valores de impedância acústica e impedância de cisalhamento associados aos altos estruturais e às regiões de baixo estrutural (Figura 34 e Figura 35). Esse padrão é influenciado pelo modelo de baixa frequência e apresenta conformidade com a geometria da base do sal, conforme apresentado no capítulo de metodologia. Nos altos estruturais, observa-se variabilidade lateral das propriedades, evidenciada por contrastes internos que podem estar associados a variações de fácies dentro do reservatório carbonático. Essa complexidade geológica

também se reflete nos mapas de desvio padrão, nos quais a incerteza da impedância acústica tende a aumentar nos altos estruturais.

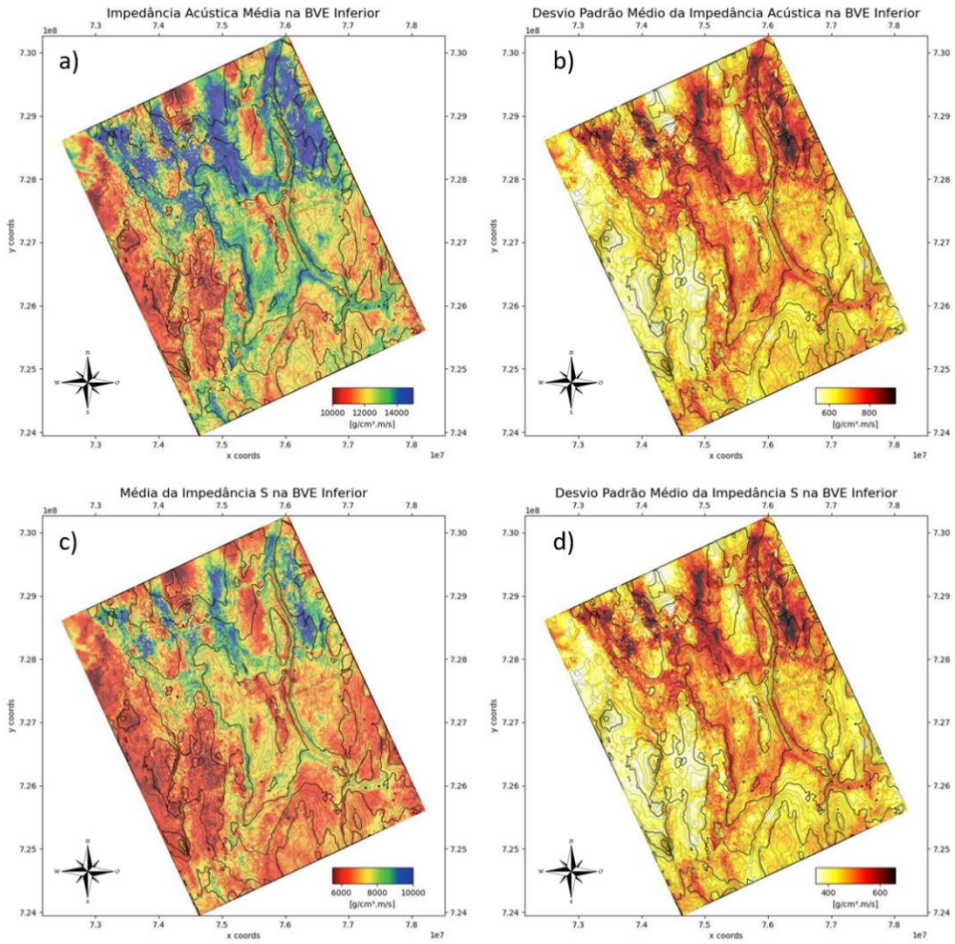

Figura 35 - Mapas de média de impedância acústica e impedância de cisalhamento do método ES-MDA extraídos no intervalo inferior da Barra Velha. Foram utilizados os horizontes da discordância intra-Alagoas até a discordância pré-Alagoas. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior.

Na Formação Itapema (Figura 36), observa-se um comportamento distinto em relação à Formação Barra Velha, caracterizado por um alinhamento das propriedades segundo a direção estrutural N–S. Nos altos estruturais, predominam valores mais baixos de impedância acústica e da impedância de cisalhamento, em contraste com valores mais elevados nos flancos estruturais. O mapa de desvio padrão indica maiores incertezas associadas aos flancos, possivelmente relacionadas a maiores heterogeneidades litológicas e à menor sensibilidade sísmica nessas regiões.

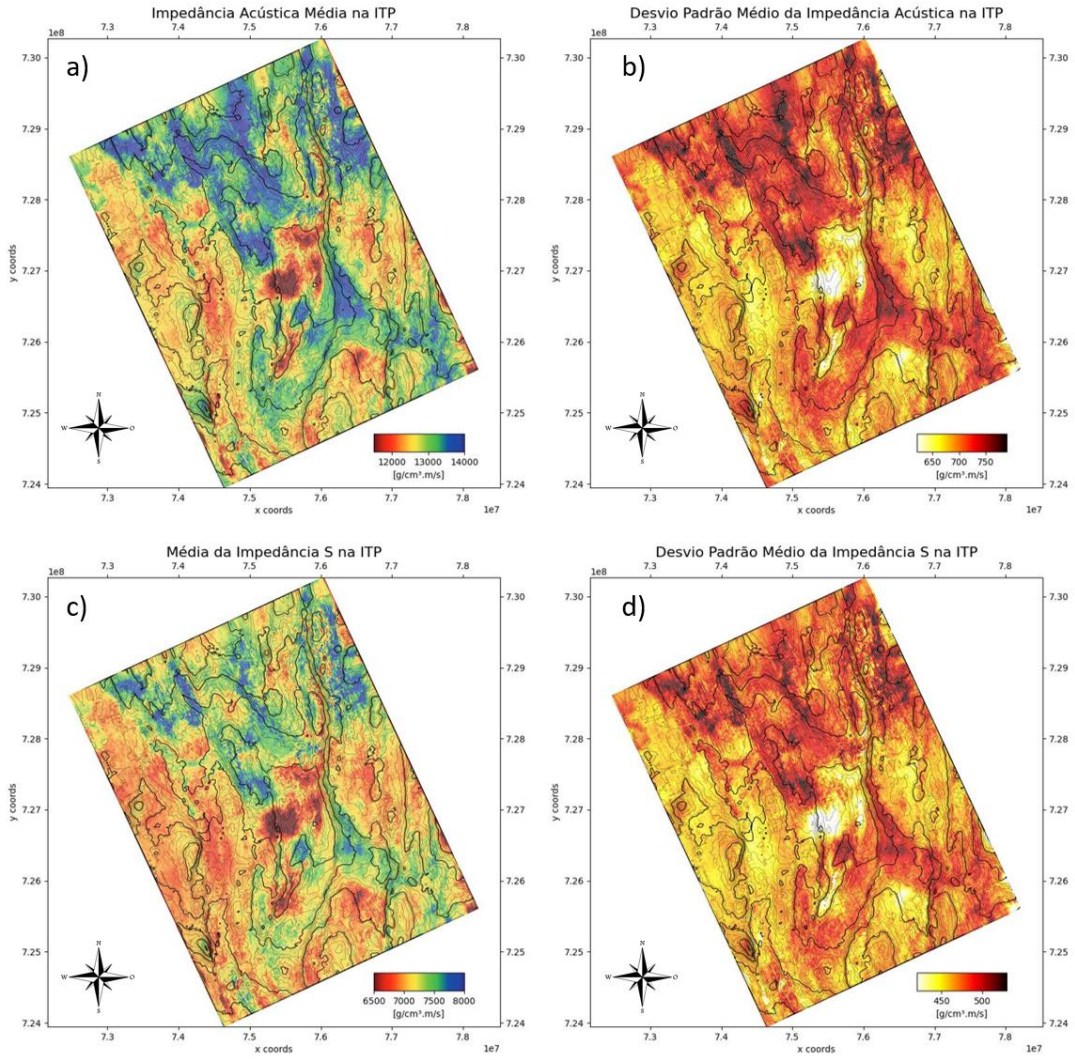

Figura 36 - Mapas de média de impedância acústica (Ip) e impedância de cisalhamento (Is) extraídos no intervalo da Fm. Itapema Foram utilizados os horizontes da discordância pré-Alagoas até a discordância pré-Jiquiá. Média (a) e desvio padrão (b) da impedância acústica. Média (c) e desvio padrão (d) da impedância de cisalhamento. As curvas pretas representam os contornos estruturais da BVE Superior.

A maior incerteza observada na porção norte dos mapas analisados pode estar relacionada à não estacionariedade da energia sísmica ao longo do dado. No caso do Campo de Búzios, observa-se, a partir de análises de amplitude RMS (Figura 28), uma concentração de maior energia na porção norte, o que pode estar contribuindo para o aumento relativo da incerteza estimada nessa região. Nesse contexto, a utilização de um único fator de escala global na inversão pode introduzir um viés na calibração entre dados sísmicos e sintéticos, favorecendo determinadas regiões em detrimento de outras.

5.4.2 Avaliação Quantitativa da Inversão nos Poços

A avaliação quantitativa da inversão sísmica foi realizada a partir de três critérios principais:

I. Correlação entre as médias *a posteriori* das propriedades invertidas e os perfis medidos nos poços;
II. Análise das distribuições *a posteriori*, considerando média e desvio padrão, em comparação com as distribuições derivadas dos dados de poço;
III. Comparação com um método de analítico linear por meio do *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS).

Nas Figura 37 e Figura 38 são apresentados os resultados de impedância acústica e impedância de cisalhamento, respectivamente. Foi aplicado *upscaling* aos perfis de poço, de modo a garantir a compatibilidade de resolução entre os dados de poço e os resultados da inversão sísmica. A correlação, utilizada como critério, está presente nas mesmas figuras. Devido ao elevado número de poços disponíveis no campo de Búzios, foram selecionados 12 poços representativos da população.

O histograma contendo as correlações entre os valores invertidos e os dados de poço é apresentado na Figura 39. Para a impedância acústica, observa-se uma correlação média de aproximadamente 0,88. A correlação média da impedância de cisalhamento é da ordem de 0,86, considerada ótima levando em consideração o desafio da inversão elástica. Na mesma figura são apresentados os *crossplots* entre os valores invertidos e os valores medidos nos poços. A linha preta representa o comportamento ideal, no qual os valores invertidos coincidem perfeitamente com os valores observados. Quanto mais próximos os pontos estiverem dessa linha, maior é a precisão da inversão; adicionalmente, quanto menor a dispersão da nuvem de pontos, maior é a acurácia do método.

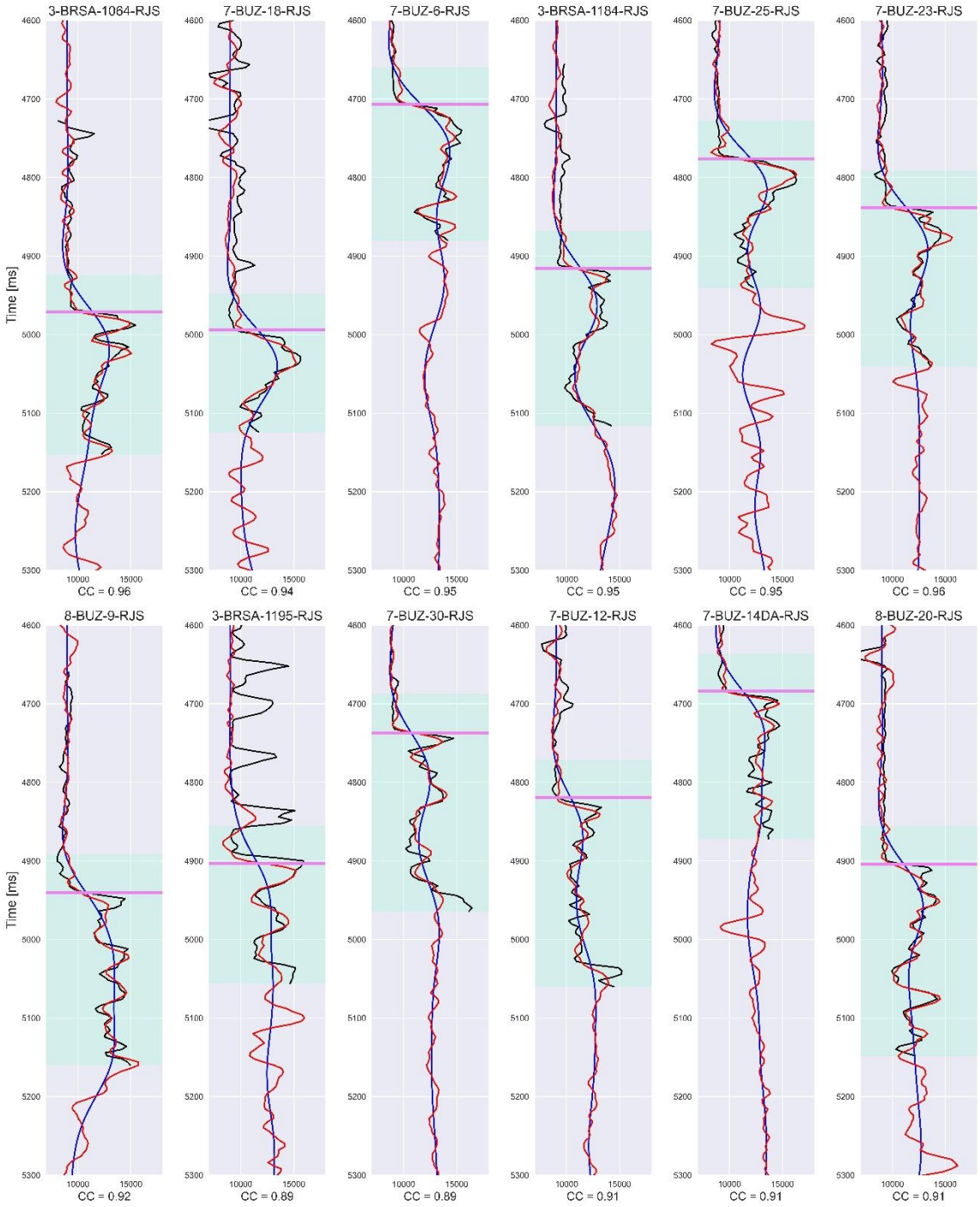

Figura 37 - Impedância acústica média da inversão ES-MDA (vermelho) comparada com os dados de poços (preto) e o modelo inicial (azul). Retângulo em verde representa o intervalo de extração da correlação.

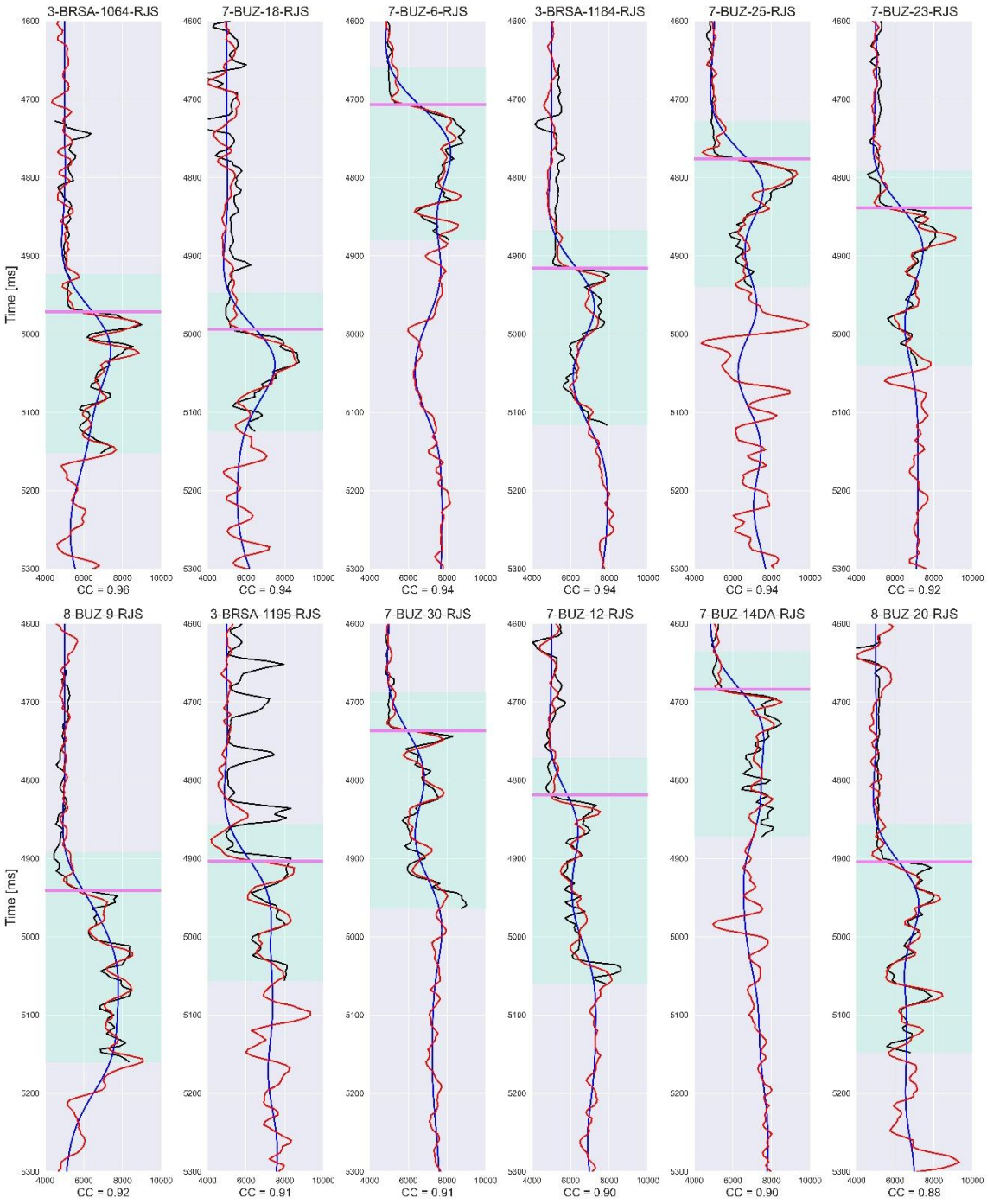

Figura 38- Impedância de cisalhamento média da inversão ES-MDA (vermelho) comparada com os dados de poços (preto) e o modelo inicial (azul). Retângulo em verde representa o intervalo de extração da correlação.

A partir das distribuições *a posteriori* das propriedades invertidas, foram calculadas as funções densidade de probabilidade (PDFs) e comparadas com aquelas derivadas dos dados de poço. Os resultados, apresentados também na Figura 39, indicam que as PDFs obtidas pela inversão apresentam boa concordância com as distribuições observadas nos poços. Além disso, observa-se que a inversão aprimora a representação das distribuições em relação às distribuições a priori.

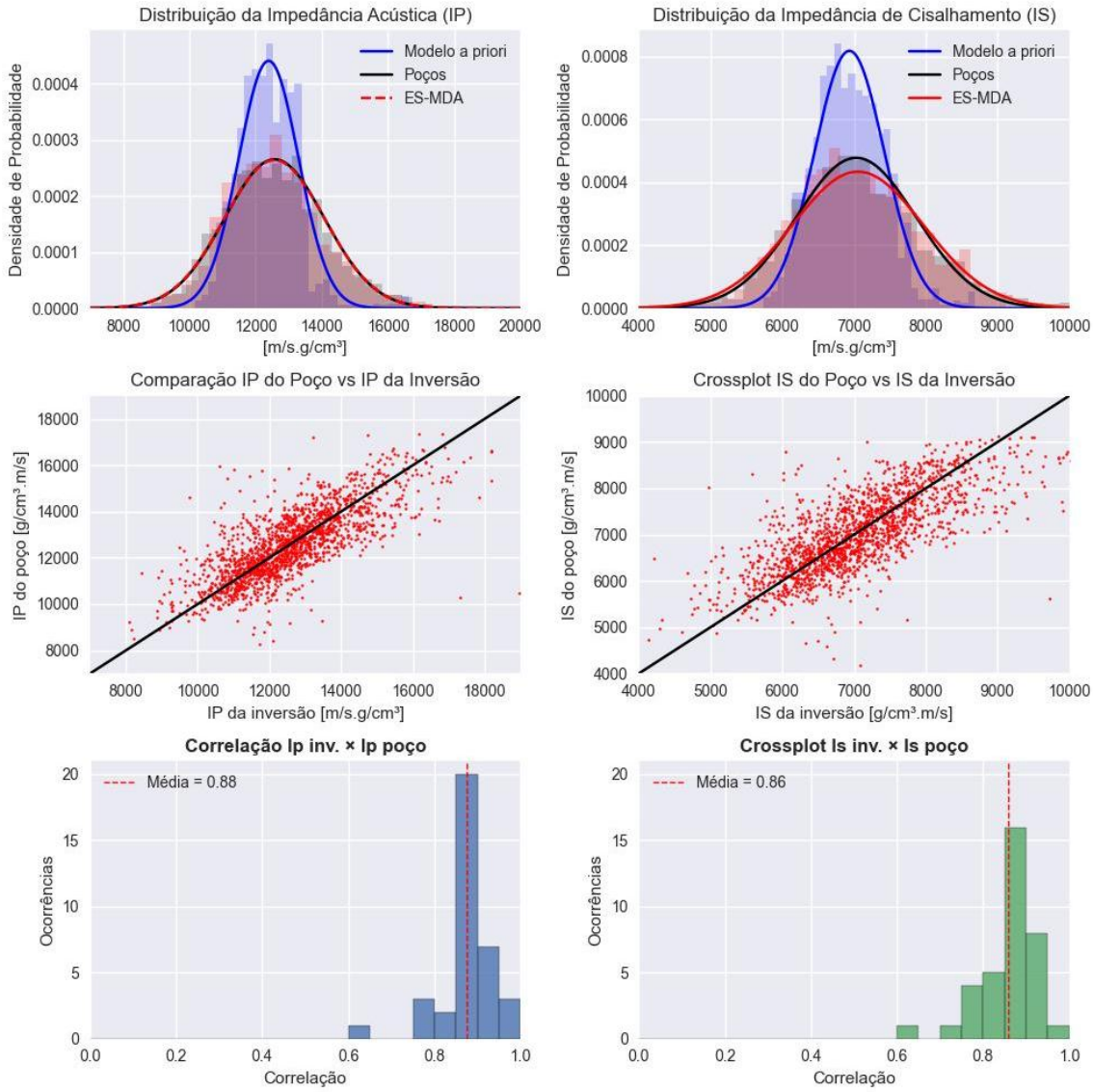

Figura 39 - Métricas de desempenho da inversão sísmica elástica estocástica ES-MDA. PDF a priori, a posteriori e calculada nos perfis de poços para a (a) impedância acústica e (b) impedância de cisalhamento. *Crossplot* entre o parâmetro invertido e o medido nos poços para (c) impedância acústica e (d) impedância de cisalhamento. Correlação dos parâmetros invertidos com os dados de poços (e) impedância acústica e (f) impedância de cisalhamento. As estatísticas foram calculadas no intervalo que compreende a Fm. Barra Velha e Fm. Itapema.

Considerando que este trabalho utiliza uma abordagem de inversão estocástica, torna-se fundamental empregar métricas que levem em conta toda a distribuição de probabilidade *a posteriori*, e não apenas estimativas pontuais como a média. Nesse contexto, foi adotado o *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS), uma métrica que avalia simultaneamente a qualidade da média e a consistência da incerteza estimada (Gneiting & Raftery, 2007). O CRPS penaliza distribuições excessivamente confiantes em torno de médias incorretas, de modo que, quando a média se afasta do valor observado, distribuições mais amplas (maior desvio padrão) tendem a ser menos penalizadas do que distribuições estreitas e incorretas.

O valor absoluto do CRPS não possui significado isolado, pois depende da escala e da natureza dos dados. Assim, sua interpretação deve ser realizada de forma comparativa. Neste trabalho, o CRPS do método ES-MDA é comparado com aquele obtido pela inversão AVA linearizada Bayesiana, adotada como método de referência. Valores menores de CRPS indicam melhor desempenho estatístico.

Os valores de CRPS para ambos os métodos são apresentados na Figura 40. Para os dois parâmetros invertidos, o desempenho do ES-MDA é próximo da inversão linear Bayesiana. No entanto, observa-se que o histograma do ES-MDA encontra-se ligeiramente deslocado para a esquerda, indicando desempenho sutilmente superior. Esse resultado reforça a vantagem de utilizar uma métrica que incorpora explicitamente toda a distribuição *a posteriori*, em vez de se basear apenas em estimativas pontuais.

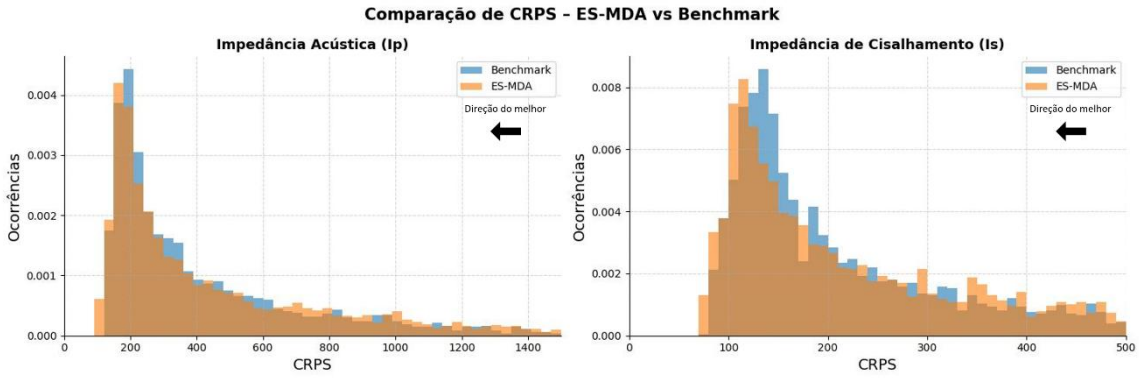

Figura 40 - *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS) do método ES-MDA em comparação com a inversão linear Bayesiana.

Para uma análise mais detalhada dessas diferenças, as distribuições de probabilidade resultantes de ambos os métodos são apresentadas na Figura 41. Observa-se que o método ES-MDA produz resultados com mais contrastes, tanto em média quanto em desvio padrão. Por outro lado, a inversão linear Bayesiana tende a gerar resultados mais suavizados, refletindo em uma estimativa de incerteza sutilmente menos realista que o ES-MDA.

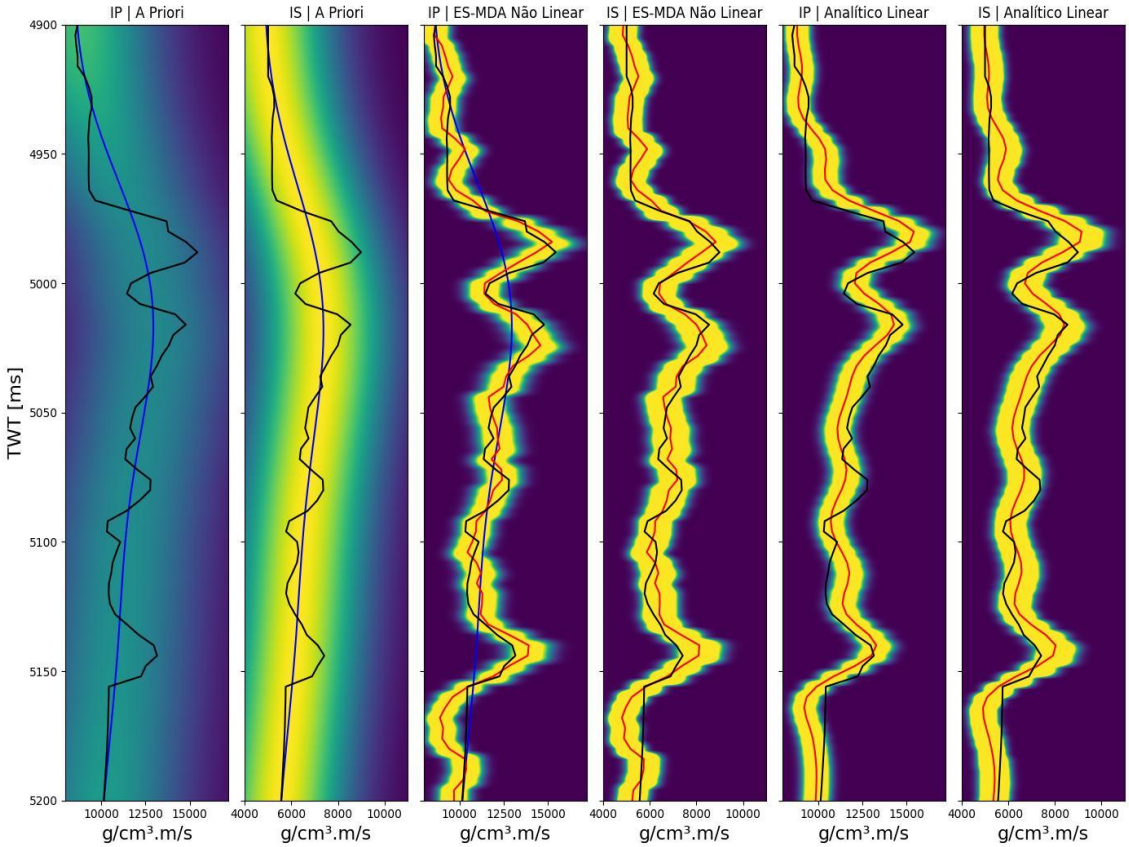

Figura 41 - PDFs da inversão sísmica elástica estocástica ES-MDA versus inversão linear Bayesiana analítica.

Para explorar melhor as diferenças entre os resultados do ES-MDA e do método analítico linear em termos da distribuição *a posteriori*, a Figura 42 apresenta uma comparação lateral dos percentis P10, P50 e P90. As regiões destacadas por círculos pontilhados evidenciam diferenças em P10 e P90.

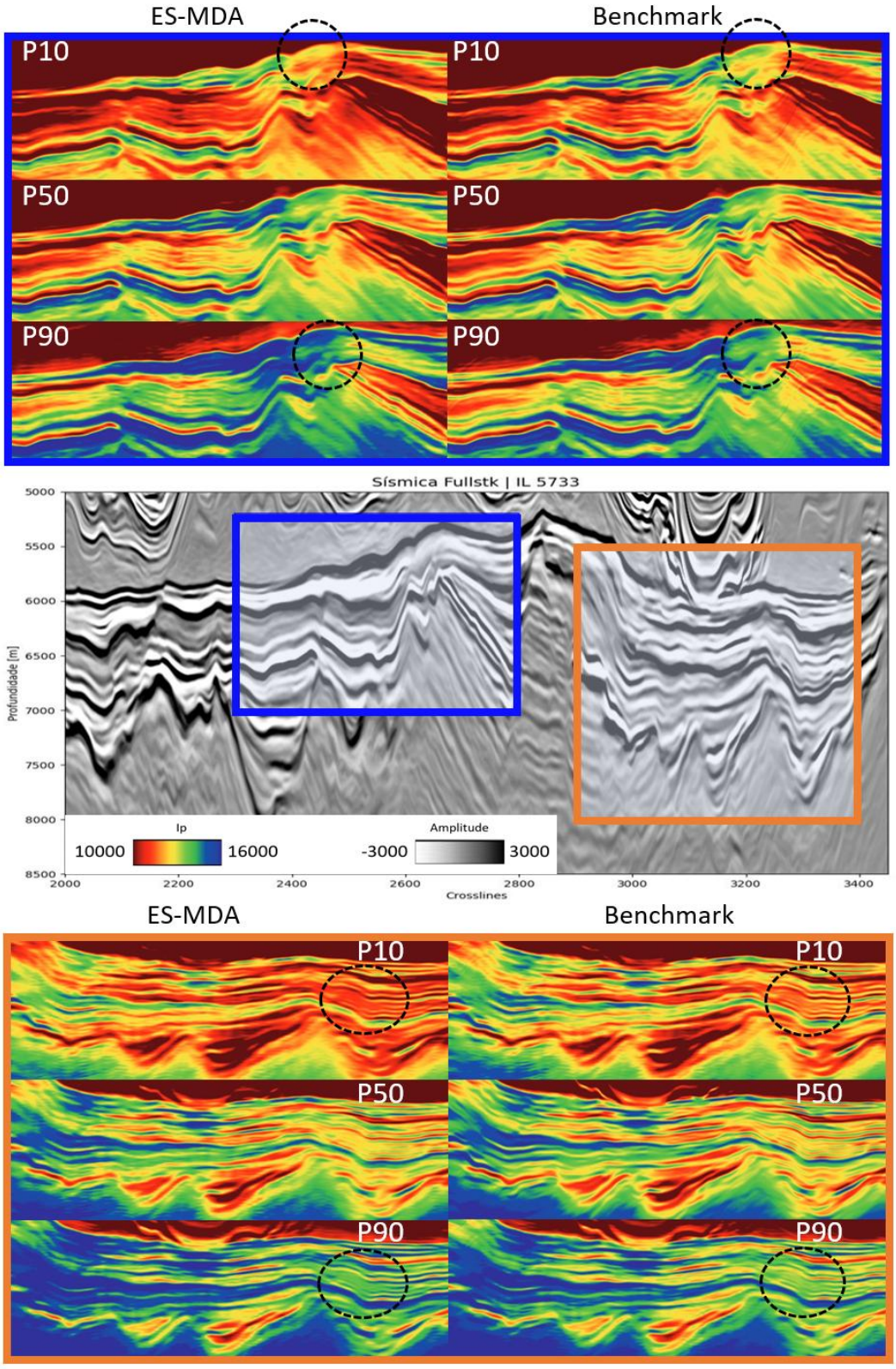

Figura 42 - Comparação de percentis P10, P50 e P90 de impedância acústica dos métodos ES-MDA e analítico linear.

Uma possível explicação para a diferença entre as distribuições está associada à inflação do erro dos dados no ES-MDA, utilizada para reduzir sobre ajuste. A assimilação ocorre de forma gradual ao longo das iterações. A Figura 43 mostra a evolução do ganho

de Kalman. Do ponto de vista Bayesiano, essa estratégia equivale a um relaxamento controlado da verossimilhança, resultando em soluções mais estáveis e mais bem calibradas em termos de incerteza. Em contraste, o método analítico linear aplica o ganho de Kalman em um único passo, assumindo linearidade local e incerteza gaussiana. Isso tende a gerar modelos com incertezas mais elevadas.

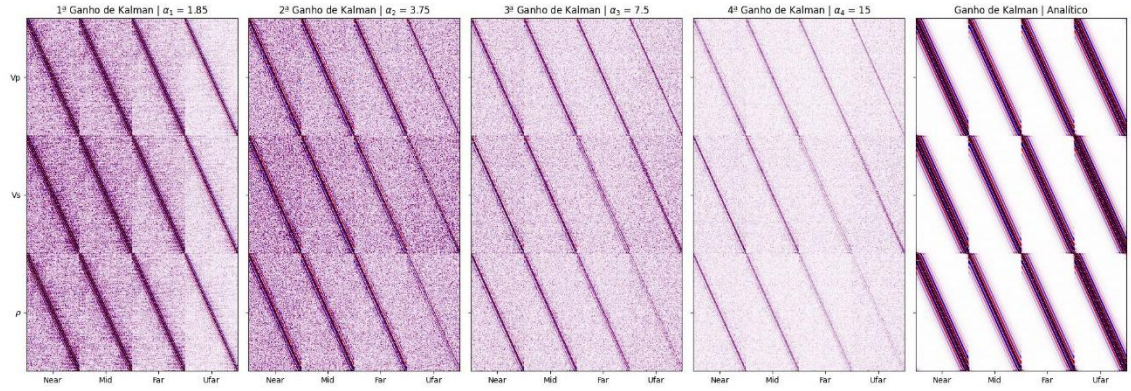

Figura 43 - Ganhos de Kalman para cada inflação do ES-MDA comparado com analítico linear (sem inflação).

Assim, a análise do ganho de Kalman explica o desempenho estatístico da incerteza do ES-MDA, evidenciando que a assimilação progressiva do dado sísmico, apesar de sutil, contribui para soluções com incerteza mais consistente.

Os tempos de execução obtidos para os diferentes métodos de inversão evidenciam diferenças significativas de desempenho entre as abordagens avaliadas (Figura 44). Os experimentos foram executados em uma estação de trabalho equipada com processador Intel Xeon W7-3455 e 512 GB de memória RAM. A implementação convencional do ES-MDA demandaria um tempo de execução inviável para aplicações práticas em larga escala. A utilização da formulação ES-MDA subspace SVD combinada com processamento paralelo proporcionou uma redução substancial no custo computacional, reduzindo o tempo total para cerca de 10 dias. Em um cenário de decimação espacial 2×2, o tempo de execução pode alcançar aproximadamente 64 horas, o que representa um desempenho computacional satisfatório considerando a utilização de *ensembles* compostos por 500 modelos. Em contraste, o método analítico linear, mais simples e não baseado em ensemble, apresenta tempo computacional da ordem de minutos. Esses resultados demonstram o elevado custo associado às abordagens estocásticas baseadas em ensemble, bem como a importância de estratégias de redução de dimensionalidade e paralelização para viabilizar a aplicação da inversão probabilística em problemas de maior escala computacional.

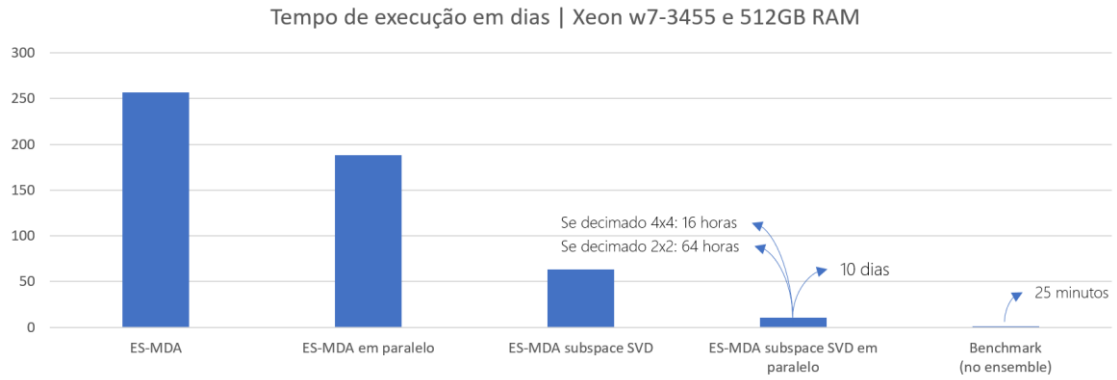

Figura 44 - Comparação do tempo de execução estimado para os diferentes métodos de inversão sísmica avaliados.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho avaliou a aplicação da inversão sísmica elástica estocástica baseada no método *Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation* (ES-MDA) em dados OBN *broadband* do Campo de Búzios, tendo como referência comparativa a inversão AVO Bayesiana linearizada. O objetivo principal foi investigar a capacidade dessas abordagens em estimar propriedades elásticas e representar as incertezas associadas ao problema inverso sísmico.

Os resultados mostraram que ambos os métodos recuperaram adequadamente a impedância acústica, apresentando boa correlação com os dados de poços e estimativas médias sutilmente semelhantes. Diferenças foram observadas nas estimativas do desvio padrão da distribuição a posteriori, indicando que o ES-MDA apresentou ajuste marginalmente superior às variações observadas nos poços quando comparado à abordagem analítica linearizada. Nesse contexto, é importante destacar que a estratégia adotada para construção do ensemble privilegiou uma abordagem de menor custo computacional e maior controle experimental, o que naturalmente limita a exploração da capacidade do método. Isso sugere que parte do ganho esperado do ES-MDA pode estar associado ao uso de ensembles mais realistas e geologicamente consistentes, os quais demandariam maior investimento, mas potencialmente permitiriam uma melhor representação da variabilidade espacial do reservatório.

Do ponto de vista computacional, a implementação do ES-MDA em subespaço SVD mostrou-se importante para viabilizar sua aplicação, reduzindo significativamente o custo computacional da assimilação. Ainda assim, o método permanece mais custoso do que a solução analítica linearizada, uma vez que exige a construção e atualização iterativa de múltiplos modelos.

Os resultados também destacaram a importância das etapas de pré-condicionamento no fluxo de inversão. A remoção das baixas frequências do dado sísmico reduziu interferências entre o modelo inicial e o dado observado, enquanto a calibração das *wavelets* e dos fatores de escala contribuiu para melhorar o ajuste entre os dados sísmicos e os sintéticos. Embora essas etapas não constituam o foco principal do trabalho, elas tiveram impacto direto na estabilidade e na qualidade das soluções invertidas.

Em síntese, os resultados demonstram que a inversão sísmica elástica estocástica baseada em ES-MDA constitui uma alternativa viável para problemas de caracterização sísmica no pré-sal. Nesse contexto, o ES-MDA apresenta potencial ainda a ser explorado, particularmente na capacidade de incorporar tendências laterais, informações geoestatísticas e descrições mais complexas da variabilidade espacial. No entanto, sua adoção deve considerar os objetivos e os recursos disponíveis em cada projeto, devido ao maior custo computacional e à maior complexidade associada ao método.

REFERÊNCIAS

Abramovich, F., Bailey, T. C., & Sapatinas, T. (2001). Wavelet Analysis and its Statistical Applications. *Journal of the Royal Statistical Society Series D: The Statistician, 49*(1), 1–29. doi:https://doi.org/10.1111/1467-9884.00216

Alexandre, E., & Albert, R. (2013). Ensemble smoother with multiple data assimilation. *Computers & Geosciences*, 3-15. doi:https://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.03.011

Avseth. Per, M., & Tapan, M. G. (2005). *Quantitative Seismic Interpretation.* Cambridge University Press.

Buland, A., & Omre, H. (2003). Bayesian linearized AVO inversion. *Geophysics*, 185-198. doi:http://dx.doi.org/10.1190/1.1543206

Connolly, P. (1999). Elastic impedance. *The Leading Edge*, 438–452. doi:https://doi.org/10.1190/1.1438307

Delas, G., Beauchomp, J., Lombares, G. d., & J.M. Fourmann, A. (1970). An Example of Practical Velocity Determinations from Seismic Traces. *32nd EAEG Meeting in Edinburgh.*

Dietrich, A. C., & Newsam, G. N. (Julho de 1997). Fast and Exact Simulation of Stationary Gaussian Processes through Circulant Embedding of the Covariance Matrix. *Society for Industrial and Applied Mathematics, 18*, 1088-1107. doi:https://doi.org/10.1137/S1064827592240555

Emerick, A. (2025). *Ensemble Data Assimilation Applied to Geological Reservoir Models.* Rio de Janeiro: PETROBRAS.

Emerick, A. A. (2019). Analysis of geometric selection of the data-error covariance inflation for ES-MDA. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 106168. doi:https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.06.032

Evensen, G. (2009). *Data Assimilation: The Ensemble Kalman Filter.* Springer. doi:https://doi.org/10.1007/978-3-642-03711-5

Evensen, G., Raanes, P. N., Stordal, A. S., & Hove, J. (2019). Efficient Implementation of an Iterative Ensemble Smoother for Data Assimilation and Reservoir History Matching. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*. doi:10.3389/fams.2019.00047

Fatti, J., Smith, G., Vail, P., Strauss, P., & Levitt, P. (1994). Detection of Gas in Sandstone Reservoirs Using AVO Analysis: A 3-D Seismic Case History Using the Geostack Technique. *Geophysics*, 1362-1376. doi:http://dx.doi.org/10.1190/1.1443695

Fernandes, F., & Lupinacci, W. M. (2021). Inversão estocástica e classificação Bayesiana aplicadas.

Gardner, G. G., & Gregory, A. (1974). Formation Velocity and Density—The Diagnostic Basics for Stratigraphic Traps. *Geophysics*, 770-780. doi:http://dx.doi.org/10.1190/1.1440465

Gneiting, T., & Raftery, A. E. (2007). Strictly Proper Scoring Rules, Prediction, and Estimation. *Journal of the American Statistical Association, 102*(477).

Gómez Hernández, J. J., & Srivastava, R. M. (5 de Fevereiro de 2021). One Step at a Time: The Origins of Sequential Simulation and Beyond. *Mathematical Geosciences, 53*, 193-209. doi:https://doi.org/10.1007/s11004-021-09926-0

Grana, D., Mukerji, T., & Doyen, P. (2021). *Seismic Reservoir Modeling: Theory, Examples, and Algorithms.* Wiley-Blackwell.

Gray, R. M. (2006). *Toeplitz and Circulant Matrices: A review.* Stanford University.

Hill, S. J. (2005). Inversion-based thickness determination. *The Leading Edge*, 477-480. doi:http://dx.doi.org/10.1190/1.1926799

K, A., & P.G, R. (1980). *Quantitative Seismology: Theory and Methods.* London: W. H. Freeman and Company.

Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering. *Journal of Basic Engineering*, 35-45. doi:https://doi.org/10.1115/1.3662552

LAVERGNE, M., & WILLM, C. (1977). INVERSION OF SEISMOGRAMS AND PSEUDO VELOCITY LOGS. *37th E.A.E.G. Meeting.* Bergen. doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1977.tb01165.x

Lindseth, R. (1972). Approximation of acoustic logs from seismic traces. *Canadian Well Logging Society*, 13-26.

Lindseth, R. O. (1979). Synthetic sonic logs; a process for stratigraphic interpretation. *Geophysics*, 3–26. doi:https://doi.org/10.1190/1.1440922

Maybeck, P. S. (1979). Stochastic Models, Estimation, and Control.

Mello, V. L., & Lupinacci, W. M. (Fevereiro de 2022). Mineralogy based classification of carbonate rocks using elastic parameters: A case study from Buzios Field. *Journal of Petroleum Science and Engineering, 209*, 109962. doi:10.1016/j.petrol.2021.109962

Mingliang, L., & Grana, D. (2018). Ensemble-based joint inversion of PP and PS seismic data using full Zoeppritz equations. *SEG Conference*, (pp. 511-515). Califórnia. doi:https://doi.org/10.1190/segam2018-2993625.1

Müller, S., Schüler, L., Zech, A., & Heße, F. (2021). GSTools v1.3: A toolbox for geostatistical modelling in Python. *Geoscientific Model Development*, 3161--3182.

Oliveira Neto, E. R., Fatah, T. Y., Dias, R. M., Freire, A. F., & Lupinacci, W. M. (2023). Curvature analysis and its correlation with faults and fractures in presalt carbonates, Santos Basin, Brazil. *Marine and Petroleum Geology*, 106572. doi:https://doi.org/10.1016/j.marpetgeo.2023.106572

Omre, A., & Buland, H. (2003). Bayesian wavelet estimation from seismic and well data. *Geophysics*, 2000–2009. doi:https://doi.org/10.1190/1.1635053

Ravalec, M. L., Noetinger, B., & Hu, L. Y. (Agosto de 2000). The FFT Moving Average (FFT-MA) Generator: An Efficient Numerical Method for Generating and Conditioning Gaussian Simulations. *Mathematical Geosciences*, 701-723. doi:https://doi.org/10.1023/A:1007542406333

Rutherford, S., & Williams, R. (1989). Amplitude-versus-Offset Variations in Gas Sands. *Geophysics*, 680-688. doi:https://doi.org/10.1190/1.1442696

Silva, T. M., Pesco, S., Jr, A. B., & Onur, M. (2021). A new procedure for generating data covariance inflation factors for ensemble smoother with multiple data assimilation. *Computers & Geosciences*, 104722. doi:10.1016/j.cageo.2021.104722

Simm, R., & Bacon, M. (2014). *Seismic amplitude: an interpreter's handbook.* Cambridge University Press.

Smith, G., & Gidlow, P. (1987). WEIGHTED STACKING FOR ROCK PROPERTY ESTIMATION AND DETECTION OF GAS. *Geophysical Prospecting*, 993-1014. doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1987.tb00856.x

Stolt, R. H., & Weglein. (1985). Migration and inversion of seismic data. *Geophysics*, 2458–2472.

Yu, G., Zhang, Y., Wang, X., Liu, B., Liang, X., Singleton, S., & Smith, M. (2017). Seismic data gather conditioning for prestack seismic data inversion. 5074-5078.