

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA



HUGO EDUARDO DE ARAÚJO

**ANÁLISE DA ATENUAÇÃO VISCOELÁSTICA: UM ESTUDO DOS
EFEITOS DA ABSORÇÃO PARA O IMAGEAMENTO SÍSMICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
DINÂMICA DOS OCEANOS E DA TERRA (DOT)

**Niterói
Dezembro/2025**

HUGO EDUARDO DE ARAÚJO

**ANÁLISE DA ATENUAÇÃO VISCOELÁSTICA: UM ESTUDO DOS
EFEITOS DA ABSORÇÃO PARA O IMAGEAMENTO SÍSMICO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Geologia e Geofísica.

Orientador

Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos

Coorientador

Dr. Felipe Timóteo da Costa

Niterói

Dezembro/2025

Ficha catalográfica automática - SDC/BIG
Gerada com informações fornecidas pelo autor

A658a Araújo, Hugo Eduardo de
Análise da atenuação viscoelástica: : Um estudo dos efeitos da absorção para o imageamento sísmico / Hugo Eduardo de Araújo. - 2025.
86 f.: il.

Orientador: Marco Antonio Cetale Santos.
Coorientador: Felipe Timóteo da Costa.
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Geociências, Niterói, 2025.

1. Atenuação viscoelástica. 2. Simulação sísmica. 3. Análise espectral de multi-janelas. 4. Imageamento sísmico. 5. Produção intelectual. I. Santos, Marco Antonio Cetale, orientador. II. Costa, Felipe Timóteo da, coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Geociências. IV. Título.

CDD - XXX

HUGO EDUARDO DE ARAÚJO

**ANÁLISE DA ATENUAÇÃO VISCOELÁSTICA: UM ESTUDO DOS EFEITOS DA
ABSORÇÃO PARA O IMAGEAMENTO SÍSMICO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Geologia e Geofísica.

Aprovada em 21/Dezembro/2025 pela banca examinadora abaixo:

Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos (Orientador)
UFF / DOT / GISIS

Dr. Felipe Timóteo da Costa (Coorientador)
UFF / GISIS

Dra. Danielle Martins Tostes
UFF / GISIS

Prof. Dr. Roger Matsumoto Moreira
UFF / GISIS

Dr. Marcos Antônio Guimarães Gallotti
GEOMAGG

Niterói
Dezembro/2025

Dedico este trabalho aos meus pais, cuja visão e esperança sempre iluminaram meu caminho, inspirando-me a acreditar em um futuro melhor. A todos os estudantes que, movidos por seus sonhos e esperanças, escolhem trilhar o caminho do conhecimento, buscando não apenas respostas, mas também a harmonia em nosso mundo. Que este trabalho sirva como um lembrete de que, através da dedicação e da busca incessante pelo saber, podemos construir pontes que conectam pessoas, ideias e corações, promovendo um mundo mais justo e iluminado pelo entendimento mútuo.

Agradecimentos

Expresso minha mais profunda gratidão à minha família, alicerce fundamental na minha trajetória acadêmica e pessoal. Agradeço à minha mãe, Rosângela Aparecida Cândida, e ao meu pai, Cláudio Sebastião A. de Araújo, pelas sabedorias transmitidas e pelo exemplo de vida. À minha irmã, Maíra Araújo, e aos meus irmãos, Arthur Araújo e Marcus Cândido, pelas valiosas vivências de fraternidade compartilhadas. Meus sinceros agradecimentos aos meus avós, Sr. José Francisco Cândido e Sra. Maria Carmem Cândido, pelos respeitosos valores transmitidos por gerações em nossa família. Agradeço a minha filha Cléo Reis A. de Araújo, que chegou com toda a sua luz durante o desenvolvimento deste trabalho, mostrando-me a vida como ela é linda, doce e leve.

Agradeço especialmente ao meu orientador, Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos, e ao meu coorientador, Felipe Timóteo da Costa, pelos constantes alinhamentos e direcionamentos atenciosos em minhas pesquisas. Sou grato pela contínua disposição e disponibilidade em me orientar na busca pela compreensão e entendimento de forma eficiente nos mais diversos tópicos em meus estudos.

Ao Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica (GISIS), expresso minha gratidão a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para o meu desenvolvimento acadêmico. Agradeço a Danielle Tostes, Ursula Belem, Paulo Bastos, Ammir Karsou, Felipe Capucci, Rodrigo Stern, Roberto Miyamoto e Guilherme Lenz pelas diversas conversas teóricas e trocas de conhecimento.

Agradeço à Fundação Euclides da Cunha, à Petrobras e à Shell pelo apoio e fomento à pesquisa em parceria com a Universidade Federal Fluminense (UFF) nos projetos de Búzios e Gato do Mato do GISIS. Meus agradecimentos cordiais a todos os professores e funcionários do Departamento de Geologia e Geofísica (GGO) da UFF. Agradeço especialmente à Ana Paula Serrano, secretária do curso de Geofísica, por sua atenção e disponibilidade.

***“The world we have created is a product of our thinking; it cannot be changed without changing our thinking. If we want to change the world we have to change our thinking... no problem can be solved from the same consciousness that created it. We must learn to see the world anew.”
Albert Einstein***

Resumo

DE ARAÚJO, Hugo Eduardo. **Análise da atenuação viscoelástica: um estudo dos efeitos da absorção para o imageamento sísmico**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense. Niterói, p. 86. 2025.

A inclusão dos efeitos da atenuação viscoelástica em simulações sísmicas numéricas confere maior realismo e precisão aos dados sintéticos, superando as limitações das aproximações acústicas e elásticas convencionais. Técnicas avançadas de imageamento, como a migração Kirchhoff, a migração reversa no tempo (RTM) e a inversão do campo completo da onda (FWI), são frequentemente implementadas utilizando abordagens puramente acústicas ou elásticas, sem incorporar os efeitos de atenuação. Esses efeitos manifestam-se pela dissipação e dispersão das ondas sísmicas, alterando o conteúdo de frequência do sinal, com absorção preferencial das componentes de alta frequência e rotação de fase do pulso durante sua propagação. A análise desses efeitos é crucial para aprimorar a precisão e a resolução das imagens sísmicas. Este estudo visa quantificar e qualificar tais efeitos utilizando dados sintéticos de sísmica 2D elásticos e viscoelásticos, além de dados reais da mesma região de interesse modelada. A simulação sísmica foi realizada utilizando o SEISWAVE 2D, desenvolvido pelo Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica (GISIS), adotando um modelo geológico representativo do contexto do pré-sal brasileiro, que contempla as espessas camadas de sal sobre os reservatórios carbonáticos. Foram aplicadas análises espectrais de multi-janelas em seções migradas em tempo (PSTM) e análises da forma de onda nas seções migradas em profundidade (PSDM) comparadas a um dado real. A análise espectral dos dados elásticos demonstrou a conservação do conteúdo de frequências entre os eventos, conforme esperado. Já a análise dos dados viscoelásticos revelou variações significativas no conteúdo de frequências entre os refletores estudados, além de apresentar uma forma de onda similar à do dado real. Deste modo, o estudo desenvolveu uma metodologia robusta para caracterizar os efeitos da atenuação viscoelástica, demonstrando como esses efeitos podem impactar o imageamento sísmico, em especial para interpretações de eventos mais profundos nas camadas do pré-sal, onde distorções e amplitudes atenuadas comprometem a precisão da interpretação sísmica.

Palavras-chave: atenuação viscoelástica; dissipação; dispersão; análise espectral de multi-janelas; simulação sísmica; imageamento sísmico.

Abstract

DE ARAÚJO, Hugo Eduardo. **Analysis of viscoelastic attenuation: a study of absorption effects for seismic imaging**. Dissertation (Master of Science), Fluminense Federal University. Niterói, p. 86. 2025.

Incorporating viscoelastic attenuation effects into numerical seismic simulations enhances the realism and accuracy of synthetic data, surpassing the limitations of conventional acoustic and elastic approximations. Advanced imaging techniques, such as Kirchhoff migration and reverse time migration (RTM), and Full Waveform Inversion (FWI), are frequently implemented using purely acoustic or elastic approaches, often neglecting attenuation effects. These effects manifest through the dissipation and dispersion of seismic waves, altering the signal's frequency content by preferentially absorbing high-frequency components and causing phase rotation of the pulse during propagation. Analyzing these effects is crucial for improving the precision and resolution of seismic images. This study aims to quantify and qualify these effects using 2D synthetic seismic data—both elastic and viscoelastic—as well as real data from the same modeled region. The seismic simulation was carried out using SEISWAVE 2D, developed by the Seismic Inversion and Imaging Group (GISIS), and adopting a geological model representative of the Brazilian pre-salt context, which includes thick salt layers overlying carbonate reservoirs. Spectral analyses with multiple windows were applied to time-migrated (PSTM) sections, and waveform analyses were performed on depth-migrated (PSDM) sections comparing to a real data. The spectral analysis of the elastic data demonstrated frequency content preservation across events, as expected. Conversely, analysis of the viscoelastic data revealed significant variations in frequency content between the studied reflections, in addition to presenting a waveform similar to real data. Thus, this study developed a robust methodology to characterize the effects of viscoelastic attenuation, demonstrating how these effects can impact seismic imaging, especially for interpretations of deeper events in pre-salt layers, where distortions and attenuated amplitudes compromise the accuracy of seismic interpretation.

Keywords: viscoelastic attenuation; dissipation; dispersion; multi-window spectral analysis; seismic simulation; seismic imaging.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Propagação do Pulso Sísmico como Filtro Terrestre.	20
Figura 2 – Visualização do pulso Ricker de 60Hz em preto, efeito da atenuação em vermelho, efeito da dispersão em azul e a composição de ambos os efeitos (absorção) em rosa, utilizando $Q=50$	22
Figura 3 – Ilustração da atenuação constante de α dB por comprimento de onda operando ao longo de uma distância fixa.	23
Figura 4 – Resposta amplitude-frequência para diferentes intervalos de tempo de propagação com absorção de $0,2 \text{ dB}/\lambda$	24
Figura 5 – Pulsos de fase mínima (integral da Ricker 60Hz) ao longo do tempo, mostrando dispersão progressiva devido aos efeitos de absorção ($Q=50$).	25
Figura 6 – Comparação entre o perfil de picos de frequência estimados a partir da média dos picos de frequências de três janelas e o perfil de picos de frequência estimado a partir da média dos picos de frequências das duas janelas mais estreitas (Freitas <i>et al.</i> , 2022).	38
Figura 7 – Representação esquemática de uma hipérbole de difração colapsada pela migração de Kirchhoff.	40
Figura 8 – Fluxograma da metodologia adotada neste trabalho.	42
Figura 9 – Modelos de propriedades Búzios (GISIS)	44
Figura 10 – <i>Wavelet B-spline</i> com uma banda larga de frequências (8 a 80 Hz)	46
Figura 11 – <i>Wavelet B-spline</i> após integração e aplicação de filtro de meia derivada.	46
Figura 12 – Controle de qualidade dos sismogramas sintéticos elástico e viscoelástico de um único tiro.	47
Figura 13 – Controle de qualidade dos traços sintéticos para diferentes afastamentos de 155m, 1155m e 2155m.	47
Figura 14 – Espectro de amplitude da <i>wavelet B-spline</i> , do sismograma elástico e do sismograma viscoelástico sobrepostos.	48
Figura 15 – Modelo de velocidades convertido em tempo.	49
Figura 16 – Multi-janelamento sobre os traços dos eventos selecionados.	51
Figura 17 – Fluxo de processamento adotado no dado de campo e sua imagem PSDM da região de interesse próxima ao poço de exploração do reservatório.	52
Figura 18 – Análise do traço pré-migração sobre a região do reservatório.	54
Figura 19 – Comparação das seções migradas em tempo com modelo de camadas constantes.	55

Figura 20 – Comparação das seções migradas em tempo com modelo de camadas estratificadas.	56
Figura 21 – Análise da seção PSTM com foco no reservatório.	57
Figura 22 – Análise espectral em cada evento com a comparação dos conteúdos de frequência entre os dados elástico e viscoelástico em cada evento.	58
Figura 23 – Comparação dos espectros de amplitude para os modelos elástico e viscoelástico, utilizando janelas espectrais de 1 e 40 traços.	60
Figura 24 – Análise espectral comparativa dos picos de frequências nos eventos sísmicos associados ao eventos.	61
Figura 25 – Comparação das seções migradas em profundidade com modelo de camadas constantes.	62
Figura 26 – Comparação das seções migradas em profundidade com modelo de camadas estratificadas.	63
Figura 27 – Comparação das seções migradas estratificadas e dados reais.	64
Figura 28 – Comparação das seções migradas estratificadas e dados reais sobre o reservatório.	65
Figura 29 – Traços elásticos e viscoelásticos migrados em profundidade com ambos os modelos e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e à base do reservatório.	66
Figura 30 – Traços elásticos migrados em profundidade e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e À base do reservatório.	67
Figura 31 – Traços viscoelásticos migrados em profundidade e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e à base do reservatório.	67
Figura 32 – Discretização do meio em uma malha intercalada.	79
Figura 33 – Ilustração de uma Zona de Amortecimento.	86

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores de propriedades por camadas geológicas modelo Búzios (GISIS).	44
Tabela 2 – Principais parâmetros da malha do modelo.	44
Tabela 3 – Principais parâmetros das modelagens elástica e viscoelástica. . .	45
Tabela 4 – Parâmetros da Migração Kirchhoff	49

Lista de abreviaturas e siglas

ABC	<i>Absorbing Boundary Conditions</i>
AVO	<i>Amplitude Variation with Offset</i>
CDP	<i>Common Depth Point</i>
CFT	<i>Continuous Fourier Transform</i>
CMP	<i>Common Midpoint</i>
DOT	Dinâmica dos Oceanos e da Terra
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FWI	<i>Full-Waveform Inversion</i>
GGO	Departamento de Geologia e Geofísica
GISIS	Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica
OBN	<i>Ocean Bottom Node</i>
PSDM	<i>Pre-Stack Depth Migration</i>
PSTM	<i>Pre-Stack Time Migration</i>
LS-RTM	<i>Least-squares Reverse Time Migration</i>
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
NMO	<i>Normal Moveout</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RTM	<i>Reverse Time Migration</i>
SEG	<i>Society of Exploration Geophysicists</i>
SLS	<i>Standard Linear Solid</i>
STFT	<i>Short-Time Fourier Transform</i>
UFF	Universidade Federal Fluminense
VMB	<i>Velocity Model Building</i>

Lista de símbolos

A_0	Amplitude da onda incidente
K	Módulo de <i>bulk</i>
Z	Impedância acústica
Φ	Módulo viscoelástico efetivo de compressão
α	Coefficiente de atenuação
δ	Delta de Kronecker
ϵ	Tensor de deformação
η	Número de amostras por comprimento de onda
κ	Número de onda
λ	Coefficiente de Lamé (1º)
μ	Coefficiente de Lamé (2º) / Módulo de cisalhamento
ω	Frequência angular
ρ	Densidade material do meio físico
σ	Tensor de tensão
θ	Ângulo de incidência do raio sísmico
u	Deslocamento de partícula na propagação da onda sísmica
v	Velocidade de propagação da onda sísmica
v_f	Velocidade de fase em função da frequência angular
v_p	Velocidade de propagação compressional da onda sísmica
v_s	Velocidade de propagação cisalhante da onda sísmica

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	TEORIA DA VISCOELASTICIDADE: REVISÃO DA ATENUAÇÃO SÍSMICA	19
2.1	Atenuação e Dispersão de Ondas Sísmicas	25
2.1.1	Atenuação Intrínseca	25
2.1.2	Atenuação por Espalhamento	27
2.1.3	Dispersão Sísmica	28
2.1.4	Equação da Onda para Meios Elásticos Isotrópicos	30
2.1.5	Equação da Onda para Meios Viscoelásticos Isotrópicos	32
2.2	Análise Espectral de Multi-Janela	36
3	MIGRAÇÃO KIRCHHOFF	39
4	METODOLOGIA	42
4.1	Simulações Elásticas e Viscoelásticas	43
4.1.1	Modelos de Propriedades	43
4.1.2	Parâmetros da Simulação	44
4.1.3	Fonte Sísmica (<i>Wavelet</i>)	45
4.2	Controle de Qualidade das Simulações	46
4.3	Migrações PSTM e PSDM	48
4.4	Análise Qualitativa das Imagens e Análise Espectral Multi-janelas	50
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	53
5.1	Análise da Atenuação Sísmica no Traço Pré-Migração	53
5.2	Análise da Atenuação Sísmica e nas Seções PSTM	55
5.3	Análise da Atenuação Sísmica nas Seções PSDM	62
6	CONCLUSÃO	68
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICES	77
	APÊNDICE A – MODELAGEM NUMÉRICA	78
A.1	Crítérios de Dispersão Numérica e Estabilidade	83
A.2	Efeitos de Borda	84

1 Introdução

A introdução dos efeitos da atenuação viscoelástica em simulações sísmicas numéricas aprimora significativamente a precisão e o realismo dos dados sintéticos, superando as limitações das aproximações acústicas e elásticas convencionais (Knopoff; MacDonald, 1958; Carcione, 2007). Contudo, técnicas avançadas de imageamento e inversão, como a migração Kirchhoff, a migração reversa no tempo (RTM) e a inversão do campo completo da onda (FWI), geralmente são implementadas utilizando abordagens puramente acústicas ou elásticas, negligenciando os efeitos críticos da atenuação viscoelástica (Virieux; Operto, 2009; Operto *et al.*, 2009; Yang *et al.*, 2018). Esses efeitos, caracterizados pela dissipação e dispersão das ondas sísmicas, modificam substancialmente o espectro de frequências, com as componentes de alta frequência sendo preferencialmente absorvidas e a fase do pulso rotacionada durante a propagação (Futterman, 1962; Aki; Richards, 2002; Carcione; Ursin; Nordskag, 2014).

A premissa de incorporar os efeitos da atenuação viscoelástica nas simulações sísmicas decorre da necessidade de gerar dados sintéticos que representem, com maior fidelidade, as condições reais da subsuperfície terrestre (Bai; Zheng, 2014; Dutta; Schuster, 2014). Atualmente, a ausência dessa consideração pode resultar em interpretações geofísicas imprecisas e de baixa resolução (Carcione; Poletto, 2013; Yang *et al.*, 2018). Essa limitação é particularmente crítica em ambientes geologicamente complexos, como o pré-sal brasileiro, onde a presença de rochas carbonáticas heterogêneas e camadas espessas de sal pode amplificar os efeitos da atenuação e comprometer a precisão do imageamento sísmico (Krebs *et al.*, 2009; Fichtner, 2011). Estudos recentes têm demonstrado avanços tecnológicos para superar essas dificuldades (Araujo; Gouveia, 2015; Fernandez *et al.*, 2023; Ristow; Lanznaster; Jouno, 2024). Por exemplo, a adoção de aquisições sísmicas *full-azimuth* com dados de nós de fundo oceânico (OBN) e o uso de técnicas avançadas de processamento, como FWI elástica (Brando; Huard; Cypriano, 2023) e LS-RTM, demonstram melhor qualidade das imagens sísmicas no pré-sal. Além disso, a aplicação de tecnologias como a sísmica 4D tem sido promissora no monitoramento de reservatórios carbonáticos de alta rigidez, contribuindo para a gestão eficiente desses campos (Cruz *et al.*, 2021; Izeli *et al.*, 2024). Desse modo, a investigação e a quantificação dos impactos da atenuação

viscoelástica no comportamento das ondas sísmicas são cruciais para o avanço da tecnologia de imageamento sísmico (Zhu; McMechan, 1991; Yang *et al.*, 2018; Freitas *et al.*, 2022; Freitas, 2024).

O objetivo deste trabalho é caracterizar os efeitos da atenuação viscoelástica por meio de análises espectrais com multi-janelamento aplicadas em seções migradas pelo método de Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (PSTM) e em profundidade (PSDM), utilizando dados sísmicos 2D sintéticos elásticos e viscoelásticos, bem como dados reais da mesma região modelada. Para alcançar esse objetivo, o estudo se propôs à utilização de um algoritmo de modelagem sísmica (SEISWAVE 2D), elaborado pelo Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica (GISIS), possibilitando uma investigação mais precisa dos efeitos de absorção e dispersão que ocorrem na subsuperfície. Neste sentido, foi adotado um pulso sísmico do tipo *Wide-band B-spline*, garantindo uma ampla cobertura no conteúdo de frequências no dado sintético, bem como uma otimização na resolução temporal e espacial após o empilhamento dos dados. Empregou-se um modelo geológico representativo do contexto do pré-sal brasileiro, permitindo a avaliação dos efeitos da atenuação em um cenário geologicamente complexo e de importante interesse econômico. Por fim, as janelas espectrais permitem a análise dos conteúdos de frequência, observando-se a atenuação e a dispersão em refletores críticos, como o assoalho oceânico, refletores na região do pós-sal, no topo e na base do sal, além de um refletor na região do pré-sal.

Neste estudo, foi desenvolvida uma metodologia para a análise e quantificação dos efeitos da atenuação viscoelástica na propagação das ondas sísmicas. A investigação desses efeitos permite avaliar como a dissipação e a dispersão das ondas afetam a amplitude e a fase dos sinais sísmicos, impactando diretamente a qualidade das imagens obtidas por técnicas de imageamento (Carcione, 2007; Giles; Rowan, 2012; Langlois; Bai; Huang, 2013; Penna *et al.*, 2013; Bai; Zheng, 2014). A consideração da viscoelasticidade é essencial para melhorar a calibração entre dados sintéticos e reais, contribuindo para a otimização de algoritmos de inversão sísmica e para o refinamento dos modelos de velocidade (Bohlen, 2002; Operto; Virieux; Dessa, 2006; Johann; Monteiro, 2016). A análise realizada neste estudo pode fornecer uma base quantitativa para a incorporação desses efeitos em algoritmos de processamento e inversão, contribuindo para a redução de incertezas e o aprimoramento da resolução das imagens sísmicas.

A dissertação está estruturada da seguinte maneira:

Capítulo 2: revisa os princípios fundamentais e as teorias relacionadas à atenuação e dispersão das ondas sísmicas, estabelecendo a base para entender como esses fenômenos afetam a propagação das ondas sísmicas. Explicita os princípios teóricos por trás da análise espectral, incluindo formulações matemáticas e sua importância nos estudos sísmicos, introduzindo a análise espectral multi-janelamento como um método para examinar formas de onda sísmicas e seu conteúdo de frequências. Finalmente, apresenta exemplos da bibliografia em dados reais para ilustrar a aplicação prática das teorias discutidas, demonstrando como diferentes camadas afetam a propagação das ondas sísmicas.

Capítulo 3: traz conceitos fundamentais relacionados à migração sísmica, com os principais parâmetros associados aos algoritmos da Migração Kirchhoff.

Capítulo 4: apresenta a metodologia do trabalho, detalhando os parâmetros e condições utilizados para a modelagem elástica e viscoelástica, cruciais para simular cenários realistas de propagação das ondas sísmicas. Descreve as características da fonte sísmica usada nas simulações, incluindo seu conteúdo de frequência e energia, e como esses fatores impactam as ondas sísmicas geradas. Discute a execução dos experimentos numéricos conduzidos para este estudo. Além disso, introduz o modelo baseado no contexto geológico da região do pré-sal brasileiro, destacando suas características únicas e sua relevância para esta pesquisa. Por fim, detalha a aplicação da análise espectral multi-janelamento nos experimentos numéricos, explicando como ela contribui para a análise e interpretação dos resultados.

Capítulo 5: apresenta e discute os resultados dos dados sintéticos elásticos e viscoelásticos no domínio do tempo, comparando os dois para entender as diferenças no comportamento das ondas e na atenuação. Em seguida, a análise dos dados migrados, usando técnicas de Migração em Tempo Pré-empilhamento (PSTM), compara os modelos elásticos e viscoelásticos para avaliar sua precisão e resolução na imagem da subsuperfície. A análise da atenuação sísmica usando espectros de amplitude com o multi-janelamento discute as implicações para a interpretação dos dados sísmicos e a caracterização da subsuperfície. Por fim, uma análise qualitativa é realizada sobre as imagens migradas em profundidade (PSDM) e comparadas com os dados reais, com foco na região do reservatório.

Capítulo 6: resume o impacto da atenuação sísmica na imagem da subsuperfície, discutindo como a atenuação e a dispersão afetaram a qualidade das imagens sísmicas geradas. Por fim, elenca sugestões para direções futuras de pesquisa, destacando áreas onde investigações adicionais poderiam aprimorar o entendimento e melhorar as metodologias na análise das ondas sísmicas.

Apêndice A: aborda aspectos associados à modelagem sísmica com características de um meio elástico e viscoelástico. Além disso, os critérios importantes para se obter uma implementação numérica também são discutidos, como, por exemplo, a utilização de uma malha intercalada.

2 Teoria Da Viscoelasticidade: Revisão Da Atenuação Sísmica

A viscoelasticidade desempenha um papel fundamental na propagação das ondas sísmicas, influenciando diretamente os mecanismos de dissipação e dispersão de energia no subsolo. Diferentemente dos meios puramente elásticos, os materiais viscoelásticos apresentam um efeito de dissipação da energia sísmica dependente do tempo, combinando a resposta elástica e a dissipação viscosa. Esse efeito está diretamente relacionado à estrutura interna das rochas, que podem conter fluidos, porosidade e interfaces entre minerais de diferentes composições (Carcione, 2007). Como consequência, ocorre a absorção sísmica, termo que descreve a perda de energia das ondas sísmicas à medida que se propagam, englobando dois processos principais: atenuação, caracterizada pela conversão de energia da onda em calor, e dispersão, que altera a velocidade das ondas em função da frequência (Futterman, 1962). Assim, a absorção sísmica, também denominada atenuação anelástica, reflete a influência conjunta desses fenômenos na propagação das ondas sísmicas, impactando diretamente a qualidade dos dados sísmicos e a precisão da interpretação geofísica. Esse fenômeno é particularmente relevante na exploração de reservatórios de hidrocarbonetos, onde a correta caracterização da absorção, por exemplo, pode fornecer informações valiosas sobre a composição e a saturação dos fluidos presentes no meio poroso (Aki; Richards, 2002).

A propagação de um pulso sísmico no meio terrestre está sujeita a uma série de efeitos que alteram sua forma e amplitude, sendo a absorção e o espalhamento os principais mecanismos envolvidos. A assinatura da fonte, que representa a forma inicial do pulso sísmico, pode ser modificada por esses processos à medida que a onda se propaga pelo meio. Enquanto a absorção reduz a amplitude do sinal e atenua seletivamente frequências mais altas, o espalhamento redistribui a energia das ondas devido às heterogeneidades do meio (Kjartansson, 1979). O grau de influência desses fenômenos depende das características físicas e estruturais da subsuperfície, como a presença de camadas de diferentes impedâncias acústicas, fraturas e inclusões fluidas. Entre os principais tipos de espalhamento, destacam-se os espalhamentos Mie e Rayleigh (Wu; Aki, 1985; Levander, 1990; Lahiri, 2016), que

ocorrem devido às irregularidades estruturais da subsuperfície, e o espalhamento geométrico, que provoca o decaimento da amplitude das ondas conforme a frente de onda se expande (Aki; Richards, 2002). Esses processos modificam a forma do pulso sísmico, e meios altamente heterogêneos podem tornar a resposta mais complexa, devendo ser considerados na modelagem e interpretação de dados geofísicos para uma caracterização mais precisa da subsuperfície. A Figura 1 ilustra a definição do pulso sísmico como sendo o resultado da convolução entre a assinatura da fonte, a absorção sísmica e os efeitos de espalhamentos que ocorrem durante sua propagação.

Propagação do Pulso Sísmico

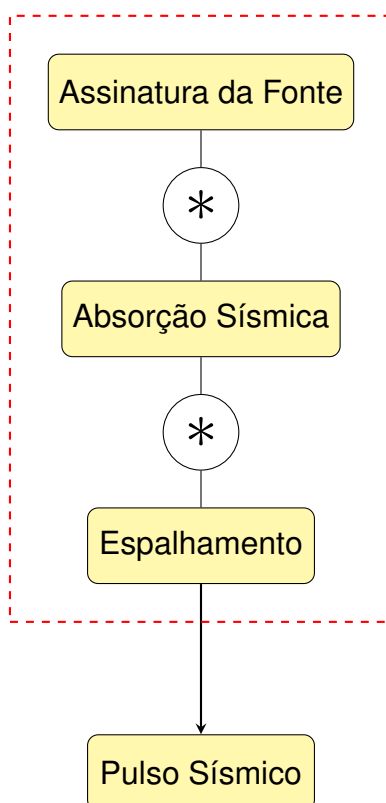


Figura 1 – Propagação do Pulso Sísmico como Filtro Terrestre.

A atenuação sísmica refere-se à perda de energia das ondas sísmicas devido à dissipação interna, causada por processos viscoelásticos, fricção entre grãos e fluidos saturantes nos poros da rocha (Carcione, 2007). Esse fenômeno reduz progressivamente a amplitude do sinal sísmico e é descrito pelo fator de qualidade Q , que quantifica a eficiência da propagação da onda em termos de perda de energia. Em meios altamente atenuantes, ondas de alta frequência sofrem maior dissipação, resultando em um espectro de amplitude deslocado para frequências mais baixas à

medida que a onda se propaga, impactando a resolução dos dados sísmicos e a interpretação geofísica (Kjartansson, 1979). A dispersão sísmica, por sua vez, ocorre simultaneamente à atenuação e descreve a variação da velocidade de propagação das ondas em função da frequência, um fenômeno inerente a materiais viscoelásticos (Biot, 1956). Essa variação ocorre porque diferentes componentes espectrais da onda são afetadas de maneira distinta pelos mecanismos dissipativos do meio, resultando na deformação do pulso sísmico ao longo do percurso (Kolsky, 1953; Pride; Berryman; Harris, 2004). Embora a dispersão não leve diretamente à perda de energia, ela altera a fase da onda, impactando a precisão na determinação da profundidade e no posicionamento de refletores sísmicos (Carcione, 1993). Assim, a atenuação e a dispersão estão intrinsecamente ligadas, pois a presença de um mecanismo dissipativo que reduz a amplitude da onda implica, necessariamente, em um efeito de dispersão associado. A Figura 2 ilustra esse efeito utilizando um pulso Ricker, evidenciando como a atenuação modifica a amplitude do sinal e como a dispersão altera sua forma ao longo do tempo.

Portanto, os efeitos combinados de absorção e espalhamento são fundamentais para a compreensão da propagação sísmica e sua interpretação geofísica. Embora esses processos atuem simultaneamente na propagação das ondas, sua separação conceitual é essencial para uma análise detalhada dos mecanismos de atenuação e dispersão na sísmica (Aki; Richards, 2002; Kjartansson, 1979).

Materiais viscoelásticos possuem características tanto de sólidos elásticos quanto de fluidos viscosos. Quando submetidos a tensão, esses materiais apresentam deformação dependente do tempo, um comportamento que pode ser descrito utilizando modelos que combinam molas (representando elasticidade) e amortecedores (representando viscosidade) (Leaderman, 1941; Kolsky, 1956). A absorção sísmica nesses materiais é especialmente relevante, pois influencia diretamente a interpretação dos dados sísmicos. Os modelos empregados para descrever o comportamento viscoelástico, como o Modelo de Maxwell, o Modelo de Kelvin-Voigt e o Modelo do Sólido Linear Padrão (SLS), oferecem diferentes perspectivas sobre como a absorção e a dispersão ocorrem. O Modelo de Maxwell, por exemplo, consiste em uma mola e um amortecedor em série, sendo adequado para materiais que apresentam fluxo contínuo após o escoamento. Já o Modelo de Kelvin-Voigt, que inclui uma mola e um amortecedor em paralelo, é aplicável a materiais com resposta elástica imediata seguida de deformação gradual. Por fim, o

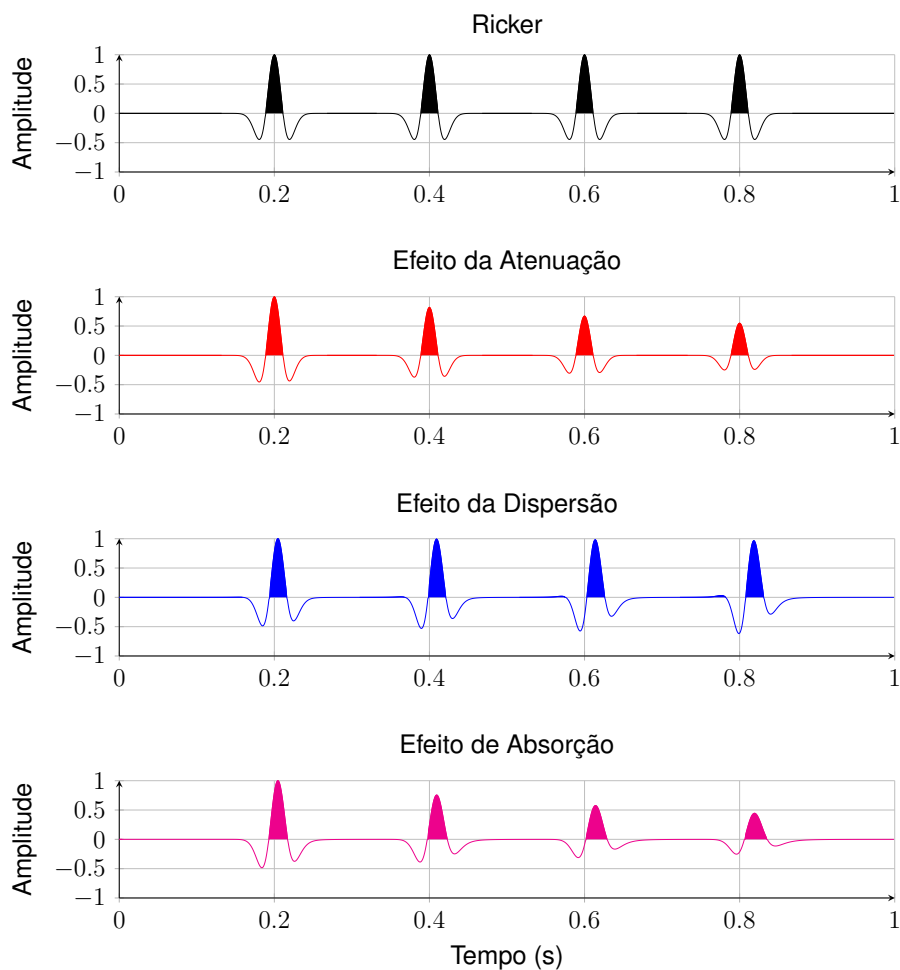


Figura 2 – Visualização do pulso Ricker de 60Hz em preto, efeito da atenuação em vermelho, efeito da dispersão em azul e a composição de ambos os efeitos (absorção) em rosa, utilizando $Q=50$.

Modelo do Sólido Linear Padrão combina características dos modelos anteriores, fornecendo uma descrição mais abrangente do comportamento viscoelástico ao considerar tanto o fluxo contínuo após escoamento quanto a resposta elástica imediata seguida de deformação gradual (Aki; Richards, 2002; Lakes, 2009).

A perda de energia devido à absorção é quase constante por ciclo de frequência de vibração, o que implica que, independentemente de a frequência ser alta ou baixa, uma certa quantidade de energia é perdida a cada ciclo. Assim, a medida mais direta de absorção é o decaimento da amplitude por ciclo de vibração ou por comprimento de onda do percurso. Folhelhos, por exemplo, são importantes marcadores estratigráficos e relevantes para a interpretação sísmica em contextos de bacias sedimentares (como no Pré-sal) devido ao seu comportamento dissipativo e à alta absorção. Essa elevada absorção pode mascarar ou degradar eventos sísmicos abaixo dessas camadas, sendo relevante em processos de correção Q . O valor de 0,2 dB/comprimento de onda significa

que a amplitude de uma onda senoidal plana em propagação diminui cerca de 2% para cada comprimento de onda percorrido (Aki; Richards, 2002; Carcione, 1993). A Figura 3 representa esse comportamento, evidenciando como a absorção afeta ondas de baixa frequência (20 Hz) em relação às altas frequências (100 Hz).

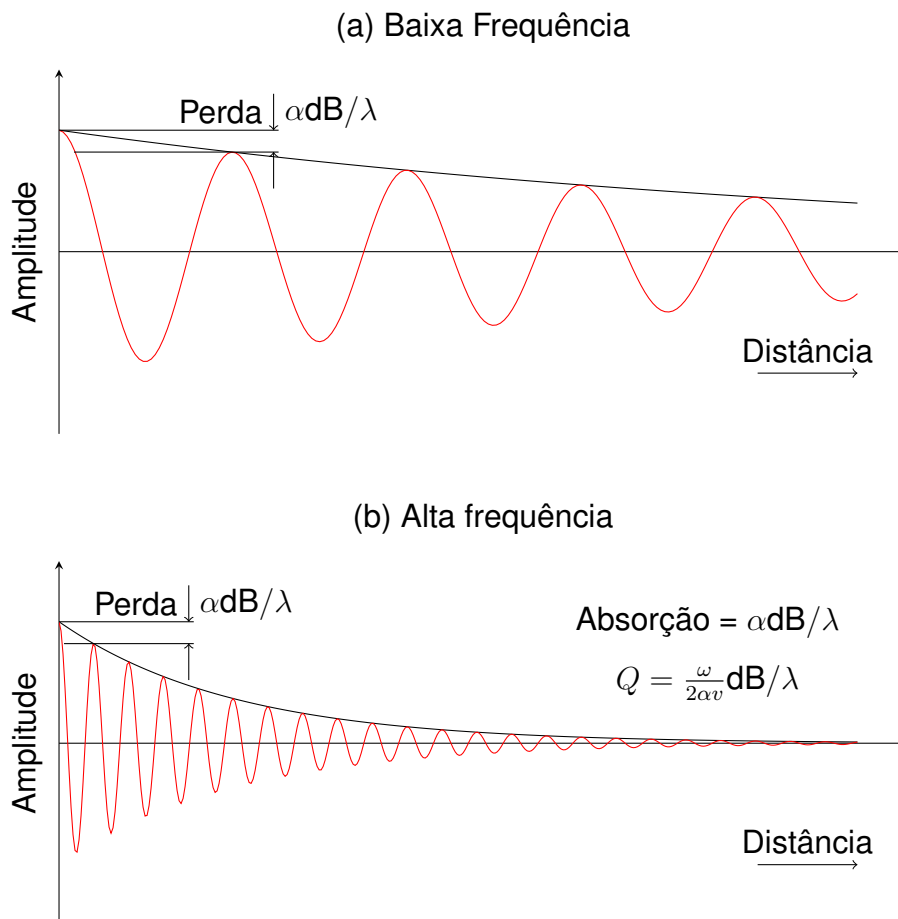


Figura 3 – Ilustração da atenuação constante de α dB por comprimento de onda operando ao longo de uma distância fixa. (a) mostra a atenuação em baixas frequências (20 Hz), (b) mostra a atenuação em altas frequências (100 Hz).

O conceito de fator de qualidade Q é fundamental na descrição da atenuação das ondas sísmicas em materiais geológicos. Este parâmetro quantifica a eficiência com que uma rocha transmite altas frequências, sendo inversamente proporcional à absorção de energia das ondas sísmicas. Uma relação aproximada frequentemente utilizada é a de $Q = \omega/2\alpha v$ (Aki; Richards, 2002). Um material no qual a absorção é constante por comprimento de onda é também denominado de constante Q . Valores altos de Q indicam menor atenuação das altas frequências, enquanto valores baixos filtram predominantemente as altas frequências. A perda de amplitude ao longo de um percurso é determinada pelo número de comprimentos de onda presentes no caminho. A Figura 4 ilustra a resposta em amplitude e frequência para diferentes intervalos de

tempo de propagação em um meio com Q constante e absorção de $0,2 \text{ dB}/\lambda$. Em 100 Hz , um percurso de 1 segundo equivale a 100 comprimentos de onda, resultando em uma atenuação de 20 dB .

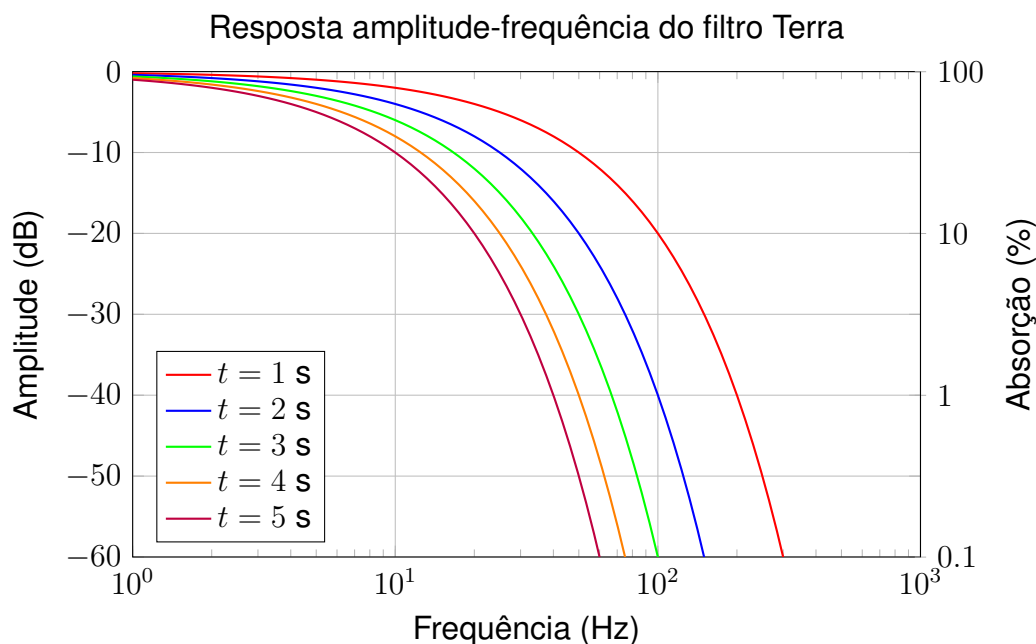


Figura 4 – Resposta amplitude-frequência para diferentes intervalos de tempo de propagação com absorção de $0,2 \text{ dB}/\lambda$.

A resposta do filtro ilustrada na Figura 4 evidencia um fenômeno de atenuação significativa, caracterizado por uma perda acumulativa de 2% por ciclo. Embora esse valor possa parecer insignificante isoladamente, a repetição desse efeito ao longo do tempo resulta em uma degradação expressiva da amplitude dos sinais de alta frequência. Esse comportamento impõe limitações à extensão da largura de banda sísmica, tornando a propagação de altas frequências mais desafiadora (Yilmaz; Doherty, 1987). Para compreender plenamente os efeitos desse filtro no domínio do tempo, é necessário considerar não apenas a resposta em amplitude-frequência, mas também a resposta de fase.

A Figura 5 apresenta os pulsos de fase mínima associados à resposta absorativa do meio terrestre, demonstrando a dispersão progressiva do pulso original devido à absorção seletiva das diferentes componentes espectrais. A propriedade de fase mínima concentra a energia do pulso na porção inicial da resposta, resultando em uma assimetria característica. Esse efeito pode ser prontamente identificado em registros sísmicos brutos, nos quais a inversão da polaridade pode levar à interpretação incorreta da direção do evento sísmico.

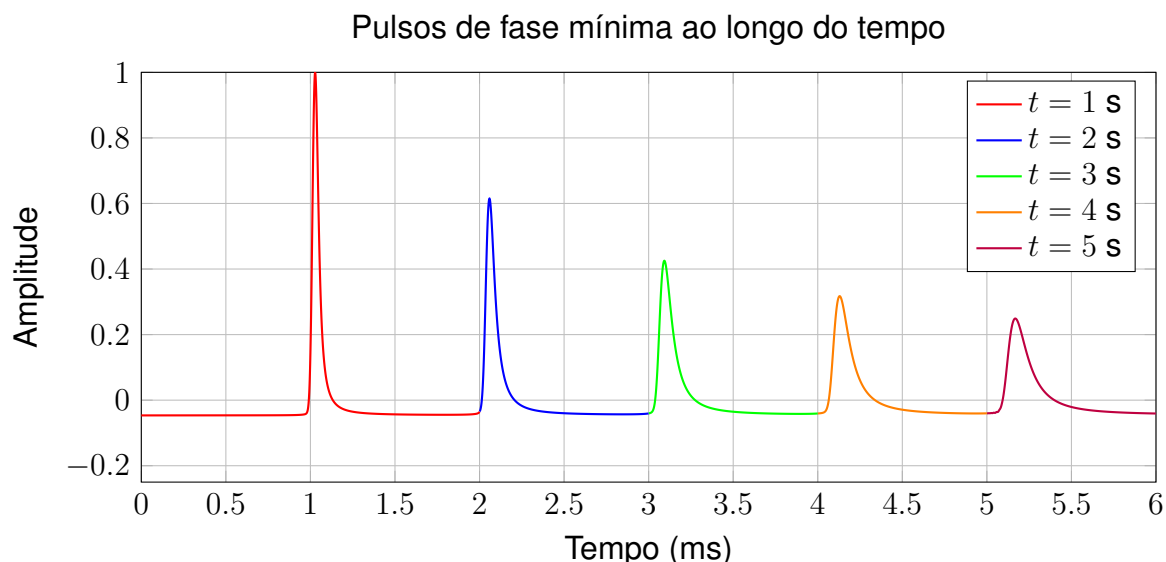


Figura 5 – Pulsos de fase mínima (integral da Ricker 60Hz) ao longo do tempo, mostrando dispersão progressiva devido aos efeitos de absorção ($Q=50$).

2.1 Atenuação e Dispersão de Ondas Sísmicas

No contexto das ondas sísmicas, a atenuação intrínseca, a atenuação por espalhamento e a dispersão sísmica são fenômenos inter-relacionados que influenciam o comportamento das ondas sísmicas à medida que se propagam pela subsuperfície da Terra. Cada um desses processos modifica o campo de ondas sísmicas de maneiras únicas, e seus efeitos combinados devem ser considerados para uma análise sísmica abrangente.

2.1.1 Atenuação Intrínseca

A atenuação intrínseca, também conhecida como atenuação inelástica ou atenuação Q , refere-se à perda irreversível de energia das ondas sísmicas à medida que se propagam pela subsuperfície da Terra. Esse fenômeno ocorre devido às propriedades viscoelásticas do meio geológico, que convertem parte da energia mecânica da onda sísmica em calor por meio de processos de dissipação interna (Aki; Richards, 2002; Kjartansson, 1979). Essa dissipação pode ser atribuída a mecanismos como a relaxação estrutural de grãos minerais, o deslizamento interno de falhas microscópicas, a fricção entre poros saturados por fluidos e interações termodinâmicas entre as fases sólida e fluida do meio poroso (Toksöz; Johnston; Timur, 1979; Jackson

et al., 2011). Como resultado, as ondas sísmicas sofrem redução progressiva da amplitude e perda de coerência do sinal à medida que percorrem distâncias maiores (Knopoff; MacDonald, 1958). Esse efeito é particularmente relevante em rochas sedimentares saturadas por hidrocarbonetos e fluidos, onde os processos de dissipação são amplificados. Além disso, a atenuação intrínseca é altamente dependente da frequência, sendo mais pronunciada em frequências sísmicas mais altas, o que contribui para o deslocamento espectral das ondas para frequências mais baixas durante a propagação (Futterman, 1962). Matematicamente, a atenuação intrínseca pode ser descrita pelo decaimento exponencial da amplitude das ondas sísmicas:

$$A(t) = A_0 e^{-\alpha t} \quad (2.1)$$

onde $A(t)$ é a amplitude no tempo t , A_0 é a amplitude inicial e α é o coeficiente de atenuação, relacionado ao fator de qualidade Q por:

$$\alpha = \frac{\pi f}{Qv} \quad (2.2)$$

onde f é a frequência da onda sísmica e v é a velocidade de propagação da onda no meio.

O fator de qualidade Q é um parâmetro adimensional amplamente utilizado em sismologia para quantificar a atenuação sísmica. Ele representa a razão entre a energia armazenada em um ciclo de oscilação da onda e a energia dissipada por ciclo, sendo expresso por (Jackson *et al.*, 2011):

$$Q = \frac{2\pi E}{\Delta E} \quad (2.3)$$

onde ΔE é a energia dissipada por ciclo de oscilação, e E é a energia elástica armazenada na onda sísmica.

Valores elevados de Q indicam baixa dissipação de energia, permitindo que as ondas sísmicas percorram maiores distâncias sem perda significativa. Já valores baixos de Q sugerem forte absorção sísmica, característica de meios altamente viscoelásticos, como zonas de fratura e reservatórios saturados por fluidos (Toksöz; Johnston; Timur, 1979; Carcione, 1993). Portanto, a atenuação intrínseca é um fator crítico para a interpretação sísmica e o imageamento geofísico, pois influencia diretamente a qualidade dos dados sísmicos. Modelos avançados de propagação sísmica podem incorporar a dissipação viscoelástica para melhorar a precisão da reconstrução da estrutura interna da Terra (Futterman, 1962; Blanch; Robertsson; Symes, 1995).

2.1.2 Atenuação por Espalhamento

A atenuação por espalhamento, ou atenuação aparente, é um fenômeno crítico em sismologia que ocorre quando as ondas sísmicas encontram heterogeneidades nos materiais terrestres (Wu, 1982; Sato; Cui, 2011). Essas heterogeneidades são variações nas propriedades do material, como densidade e módulos de elasticidade (Wu, 1982). Podem incluir mudanças na litologia, fraturas ou vazios que perturbam a propagação uniforme das ondas sísmicas, fazendo com que se espalhem em direções diferentes. Esse espalhamento leva a uma redistribuição da energia da onda, impactando a atenuação geral e as formas de onda (Aki, 1973).

Quando as ondas sísmicas atravessam regiões com diferentes densidades ou propriedades elásticas, seus caminhos são alterados, levando ao espalhamento. A extensão e a natureza do espalhamento dependem significativamente da escala e da distribuição dessas heterogeneidades em relação ao comprimento de onda das ondas sísmicas (Sato; Fehler, 2002). A escala das heterogeneidades influencia significativamente a atenuação por espalhamento. Dependendo do tamanho em relação ao comprimento de onda das ondas sísmicas, as heterogeneidades podem causar diferentes tipos de espalhamento (Sato; Cui, 2011):

Espalhamento Rayleigh: ocorre quando as heterogeneidades do meio possuem dimensões muito menores do que o comprimento de onda das ondas sísmicas. Nessa situação, a interação das ondas com essas pequenas irregularidades causa uma dispersão suave da energia, afetando de forma mais significativa as componentes de alta frequência do sinal sísmico. Esse fenômeno é mais pronunciado em meios com pequenas inclusões ou variações sutis nas propriedades físicas, levando a uma atenuação aparente e a modificações no espectro (Wu, 1985; Sato; Fehler; Maeda, 2012).

Espalhamento Mie: observado quando as heterogeneidades têm tamanhos comparáveis ao comprimento de onda das ondas sísmicas. Devido à relação de escalas semelhante, a interação entre a onda e a estrutura heterogênea gera um padrão de espalhamento mais complexo e anisotrópico, envolvendo múltiplas direções e dependência angular. Esse tipo de espalhamento pode alterar significativamente a amplitude, o espectro de amplitudes e até a coerência das ondas sísmicas, sendo particularmente relevante em meios geológicos com fraturas, inclusões e transições

abruptas de propriedades (Wu; Aki, 1985; Sato; Fehler; Maeda, 2012).

Espalhamento Geométrico: refere-se à diminuição da amplitude das ondas sísmicas devido ao aumento do volume ocupado pela frente de onda à medida que se propaga. Diferente dos mecanismos de dissipação interna ou dispersão por heterogeneidades, o espalhamento geométrico é resultado puramente da geometria da propagação: à medida que a frente de onda se expande (por exemplo, em forma esférica ou cilíndrica), a energia disponível se distribui por uma área ou volume maior, reduzindo a energia por unidade de área. Esse efeito pode ser visualizado claramente em meios homogêneos e isotrópicos, onde as mudanças na amplitude com a distância podem ser previstas a partir de considerações puramente geométricas (Aki; Richards, 2002). Em geral, em ambientes sísmicos, o espalhamento geométrico contribui para o decréscimo sistemático da amplitude com o afastamento da fonte, independentemente das propriedades dissipativas do meio.

2.1.3 Dispersão Sísmica

A dispersão sísmica refere-se às variações na velocidade das ondas sísmicas conforme elas se propagam pelo subsolo terrestre, dependendo de sua frequência. Este fenômeno é resultado das propriedades elásticas dos materiais terrestres, como densidade, rigidez e porosidade, que variam de acordo com a frequência das ondas. Em outras palavras, diferentes frequências de ondas sísmicas viajam a diferentes velocidades, o que leva à dispersão da forma de onda ao longo do tempo (Jones, 1986).

Essa dispersão pode ser analisada em dois aspectos principais: a dispersão de fase e a dispersão de grupo. A dispersão de fase ocorre quando a velocidade de fase v_f de uma onda depende da frequência, isto é, diferentes componentes espectrais propagam-se com velocidades distintas. A velocidade de fase é definida como a razão entre a frequência angular ω e o número de onda κ (Futterman, 1962), expressa matematicamente por:

$$v_f = \frac{\kappa}{\omega} \quad (2.4)$$

A dispersão de grupo, por sua vez, está relacionada à velocidade de grupo v_g , que representa a velocidade de propagação da energia ou do envelope da onda, o contorno que descreve a variação de amplitude do pacote de ondas no tempo e no espaço.

Matematicamente, essa velocidade é dada pela derivada da frequência angular em relação ao número de onda:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.5)$$

Enquanto a velocidade de fase descreve o deslocamento das frentes de onda individuais, a velocidade de grupo está associada ao transporte de energia e informação. Em meios viscoelásticos, onde atenuação e dispersão estão acopladas, essa distinção é essencial para compreender os efeitos de absorção e variação de fase observados nos dados sísmicos e suas implicações para a interpretação e caracterização do subsolo. Por exemplo, em análises de reflexão sísmica, a dispersão de fases pode influenciar a resolução vertical das imagens subsuperficiais. Além disso, a dispersão pode fornecer informações valiosas sobre as propriedades dos materiais subsuperficiais, como a presença de fluidos ou a estrutura porosa do subsolo (Müller; Gurevich; Lebedev, 2010).

Em resumo, a atenuação intrínseca, a atenuação por espalhamento e a dispersão sísmica são processos fundamentais que afetam a propagação das ondas sísmicas e influenciam sua interpretação geofísica. A atenuação intrínseca ocorre devido à conversão irreversível da energia das ondas sísmicas em calor, sendo controlada pelas propriedades reológicas do meio, como a viscosidade e a estrutura granular das rochas (Johnson; Greenwood, 1981). Em contraste, a atenuação por espalhamento resulta da interação das ondas sísmicas com heterogeneidades da subsuperfície, causando redistribuição de energia em diferentes direções, sem conversão significativa em calor, afetando principalmente as altas frequências (Wu, 1982). Por sua vez, a dispersão sísmica refere-se à variação da velocidade das ondas em função da frequência, de modo que diferentes componentes espectrais se propagam a velocidades distintas, distorcendo a forma do pulso sísmico. Embora a dispersão não represente, por si só, uma perda de energia, ela está intrinsecamente associada à atenuação, uma vez que processos dissipativos, como a viscosidade, impõem um comportamento dispersivo ao meio (Szabo, 1995). Assim, a interação entre esses mecanismos desempenha um papel essencial na propagação sísmica, afetando diretamente a resolução e a precisão do imageamento sísmico e da caracterização de reservatórios.

2.1.4 Equação da Onda para Meios Elásticos Isotrópicos

A equação da onda elástica descreve a propagação de ondas em um meio puramente elástico, onde não há efeitos de relaxação viscoelástica. Para um sólido isotrópico puramente elástico, a relação constitutiva, que estabelece uma ligação matemática entre o estado de tensão e o estado de deformação em um material, é simplificada devido à homogeneidade e isotropia do material, em que as propriedades elásticas são uniformes em todas as direções. Em tal contexto, os parâmetros de Lamé (λ e μ) são usados para caracterizar a resposta do material às tensões aplicadas. Como consequência, em meios puramente elásticos, a energia mecânica das ondas é conservada durante a propagação, e a velocidade das ondas depende exclusivamente das propriedades elásticas do material, sem a influência de mecanismos dissipativos (Aki; Richards, 2002). A equação constitutiva para um sólido puramente elástico isotrópico é expressa como (Sheriff; Geldart, 1995):

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (2.6)$$

onde os índices i, j, k indicam as direções espaciais (ou componentes cartesianas), σ_{ij} é o tensor de tensões, ϵ_{ij} é o tensor de deformações, ϵ_{kk} representa o tensor para as componentes longitudinais, λ e μ são os parâmetros de Lamé. O tensor de deformação ϵ_{ij} está relacionado ao vetor de deslocamento u_i por:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.7)$$

A atuação das tensões devido à passagem da onda depende das características reológicas do corpo. Substituindo o tensor de deformação na relação constitutiva 2.6, obtém-se:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.8)$$

Em um meio isotrópico, as propriedades mecânicas são iguais em todas as direções, o que simplifica a formulação matemática. Portanto, utilizando a segunda lei de Newton, as equações de movimento em um meio contínuo são dadas por:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \nabla_j \sigma_{ij} + \rho f_i, \quad (2.9)$$

onde ρ é a densidade do material, u_i é o deslocamento na direção i , σ_{ij} é o tensor de tensões para o plano de atuação do esforço j , f_i é o termo fonte, representando forças externas aplicadas ao meio.

Substituindo o tensor de tensões σ_{ij} nas equações de movimento:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho f_i \quad (2.10)$$

Usando a identidade $\nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}) = \nabla^2 \mathbf{u}$ para o operador Laplaciano, pode-se escrever a seguinte equação que descreve o deslocamento da partícula, dadas as características intrínsecas do material e uma fonte aplicada no meio:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + \mu \nabla^2 u_i + \rho f_i \quad (2.11)$$

Desse modo, pode-se chegar às seguintes equações para o caso 2D ($i, j, k = x, z$):

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + \rho f_x \quad (2.12)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \rho f_z \quad (2.13)$$

Reescrevendo a relação tensão-deformação em termos das velocidades (v_x e v_z):

$$v_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}, \quad v_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} \quad (2.14)$$

Substituindo (v_x e v_z) nas equações, obtém-se:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial z} + \rho f_x \quad (2.15)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial z} + \rho f_z$$

Essas equações descrevem como as ondas elásticas se propagam em um meio elástico isotrópico em 2D, considerando componentes tanto compressional (onda P) quanto de cisalhamento (onda S). A partir das equações anteriores, as equações de movimento podem ser reescritas em termos das velocidades das partículas (v_x e v_z)

para a propagação das ondas P-SV no plano $x - z$:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + f_x,$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + f_z,$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right).$$

2.1.5 Equação da Onda para Meios Viscoelásticos Isotrópicos

A propagação de ondas sísmicas em meios viscoelásticos é influenciada pelos efeitos de atenuação e dispersão, resultantes do comportamento dependente do tempo da resposta mecânica do material. Diferentemente dos meios puramente elásticos, nos quais a relação tensão-deformação é instantânea e reversível, em meios viscoelásticos, a tensão depende não apenas da deformação atual, mas também de seu histórico temporal. Esta caracterização é essencial para modelar corretamente a atenuação e a dispersão das ondas sísmicas em contextos geofísicos, como na exploração de reservatórios de hidrocarbonetos.

Essa relação tensão-deformação é dada pela combinação das componentes elásticas e viscosas. Neste contexto, a tensão σ_{ij} pode ser relacionada à deformação ϵ_{ij} pela integral convolutiva com a função de relaxação $G(t)$ e à viscosidade η , descrita a seguir (Christensen, 1981):

$$\sigma_{ij}(t) = G_{ijkl} * \dot{\epsilon}_{kl} = \int_0^t G(t - \tau) \frac{\partial \epsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} d\tau + 2\eta \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t}. \quad (2.17)$$

O primeiro termo na equação representa a contribuição elástica da resposta do material viscoelástico. Onde a função $G(t - \tau)$ descreve como a tensão varia ao longo

do tempo após a aplicação de uma deformação constante. Esta função captura a natureza dependente do tempo da resposta do material viscoelástico. Vale ressaltar que diferentes modelos viscoelásticos, como Maxwell, Kelvin-Voigt e Sólido Linear Padrão (SLS), têm diferentes formas para $G(t)$. Além disso, a integral convolutiva sobre o tempo indica que a tensão em qualquer momento t é uma soma ponderada das taxas de deformação passadas, ponderadas pela função de relaxação. Esta convolução captura o comportamento de memória do material viscoelástico segundo o princípio de sobreposição de Boltzmann, onde a resposta atual depende de todas as deformações anteriores. O segundo termo na equação representa a resposta viscosa do material viscoelástico. Em um material puramente viscoso, a tensão é diretamente proporcional à taxa de deformação. Isso significa que, se a taxa de deformação aumenta, a tensão viscosa também aumenta proporcionalmente. A presença do termo viscoso indica que parte da energia mecânica aplicada ao material é dissipada como calor, devido ao atrito interno. Esta dissipação de energia é uma característica fundamental dos materiais viscoelásticos, diferenciando-os dos materiais puramente elásticos.

Na prática, durante a modelagem sísmica, a função de relaxação $G(t)$ é implementada numericamente para resolver a equação da onda viscoelástica. Isso envolve a discretização da forma integral da relação tensão-deformação e a aplicação de técnicas numéricas apropriadas para lidar com a integral convolutiva em 2.17, utilizando as variáveis de memória (Carcione; Kosloff; Kosloff, 1988). Com isso, técnicas de análise espectral também podem ser usadas para extrair a função de relaxação a partir de dados sísmicos, analisando a atenuação e os deslocamentos de fase dependentes da frequência para inferir os parâmetros de $G(t)$ e fornecer *insights* cruciais sobre as propriedades viscoelásticas da subsuperfície (Futterman, 1962; Freitas *et al.*, 2023). Portanto, compreender a função de relaxação e seu papel na viscoelasticidade é essencial para modelar com precisão a propagação de ondas sísmicas. Ao incorporar $G(t)$ na análise sísmica, é possível contabilizar melhor os efeitos de atenuação e dispersão, levando a uma melhor interpretação dos dados e da imagem da subsuperfície.

A abordagem baseada no modelo Sólido Linear Padrão (SLS), que considera a influência de processos de relaxação elástica por meio de termos adicionais nas equações constitutivas, modifica a propagação da onda ao introduzir dispersão e atenuação, características fundamentais dos meios viscoelásticos (Christensen, 1982; Carcione, 1993). A relação constitutiva para um sólido viscoelástico linear homogêneo

isotrópico é dada por:

$$\sigma_{ij} = \dot{\Lambda} * \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\dot{M} * \varepsilon_{ij} \quad (2.18)$$

onde Λ e M são os parâmetros viscoelásticos do material, análogos aos parâmetros de Lamé em meios puramente elásticos, Λ está relacionado à compressibilidade do material, e M (módulo de cisalhamento viscoelástico) descreve a resposta do material ao estresse de cisalhamento. Esses parâmetros podem ser descritos de forma dependente do tempo para capturar a relaxação da tensão. O parâmetro combinado ($\Pi = \Lambda + M$) é o termo que combina os efeitos de ambos os parâmetros de Lamé, fornecendo uma medida da rigidez do material, considerando respostas volumétricas e de cisalhamento. Os módulos viscoelásticos modificados pela relaxação podem ser escritos como:

$$\Pi = \Phi \left(1 - \sum_{\ell=1}^L \left(1 - \frac{\tau_{\epsilon\ell}^p}{\tau_{\sigma\ell}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma\ell}} \right) \theta(t), \quad (2.19)$$

$$M = \mu \left(1 - \sum_{\ell=1}^L \left(1 - \frac{\tau_{\epsilon\ell}^s}{\tau_{\sigma\ell}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma\ell}} \right) \theta(t).$$

onde $\Phi = \lambda + 2\mu$, $\tau_{\epsilon}^{p\ell}$ e $\tau_{\epsilon}^{s\ell}$ são tempos característicos de relaxação associados a ondas P e S, respectivamente, e L representa os diferentes mecanismos de relaxação do material, cada um associado a uma escala de tempo característica de relaxação da tensão $\tau_{\sigma\ell}$. O termo $\theta(t)$ é a função degrau de *Heaviside*, utilizada para garantir a causalidade temporal do sistema, ou seja, assegura que a resposta do material (a deformação ou tensão viscoelástica) ocorra somente após a aplicação do esforço. Em materiais viscoelásticos, a resposta à deformação não ocorre instantaneamente, mas segue uma distribuição de tempos de relaxação, refletindo a complexidade da dissipação de energia no meio. Para incorporar tais efeitos viscoelásticos de forma computacionalmente eficiente, introduzem-se as variáveis de memória, que representam os efeitos da relaxação da tensão, responsáveis por capturar o comportamento dependente do tempo do material:

$$\dot{r}_{ij\ell} = -\frac{1}{\tau_{\sigma\ell}} \left(r_{ij\ell} + \left(\Phi \left(\frac{\tau_{\epsilon\ell}^p}{\tau_{\sigma\ell}} \right) - 2\mu \left(\frac{\tau_{\epsilon\ell}^s}{\tau_{\sigma\ell}} \right) \right) \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) + 2\mu \left(\frac{\tau_{\epsilon\ell}^s}{\tau_{\sigma\ell}} \right) \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right), \quad (i = j)$$

$$\dot{r}_{ij\ell} = -\frac{1}{\tau_{\sigma\ell}} \left(r_{ij\ell} + \mu \left(\frac{\tau_{\epsilon\ell}^s}{\tau_{\sigma\ell}} \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right), \quad (i \neq j)$$

(2.20)

Essas variáveis de memória são adicionadas às equações constitutivas para representar a dependência temporal das tensões no meio viscoelástico. As equações de propagação das ondas P-SV no domínio do tempo para meio isotrópico 2D ($i, j, k = x, z$) podem ser descritas utilizando o modelo SLS com apenas um mecanismo de relaxação (Robertsson; Blanch; Symes, 1994). As equações abaixo representam as equações de evolução dos componentes de velocidade v_x e v_z , para o eixo horizontal x e o eixo vertical z :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + f_x, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + f_z.$$

As equações abaixo representam as equações de evolução dos componentes de tensão normal e cisalhante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} &= \mu \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + r_{xz}, \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} &= \Phi \frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} \frac{\partial v_z}{\partial z} + r_{xx}, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} &= \Phi \frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} \frac{\partial v_x}{\partial x} + r_{zz}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Por fim, as equações abaixo representam a evolução das variáveis de memória, introduzindo os efeitos dissipativos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{xz}}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_\sigma} \left[r_{xz} + \mu \left(\frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} - 1 \right) \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right], \\ \frac{\partial r_{xx}}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_\sigma} \left[r_{xx} + \Phi \left(\frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} - 1 \right) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \left(\frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} - 1 \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right], \\ \frac{\partial r_{zz}}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_\sigma} \left[r_{zz} + \Phi \left(\frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} - 1 \right) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \left(\frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} - 1 \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

O apêndice A apresenta os esquemas de solução por diferenças finitas para ambos os casos, elástico e viscoelástico, fornecendo uma base sólida para a implementação

numérica adotada. Essa abordagem permite uma compreensão mais profunda dos processos matemáticos e computacionais envolvidos na modelagem da propagação de ondas sísmicas em meios complexos, assegurando a precisão e a robustez das simulações realizadas no contexto desta pesquisa.

2.2 Análise Espectral de Multi-Janela

A análise espectral de multi-janelas, como uma abordagem robusta, permite uma avaliação detalhada dos efeitos da atenuação viscoelástica em diferentes eventos do modelo sísmico, sendo essencial para compreender as variações de frequência e amplitude ao longo do perfil geológico. Além disso, essa metodologia permite um controle de qualidade mais refinado na estimativa do fator de qualidade Q , identificando intervalos de forte atenuação e potenciais artefatos introduzidos pelo processamento sísmico. A análise espectral é baseada na Transformada de Fourier, que decompõe um sinal no domínio do tempo em suas componentes de frequência. Essa técnica permite identificar como diferentes frequências contribuem para a forma de onda sísmica registrada.

A Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*) é amplamente utilizada para calcular o espectro de amplitude de sinais sísmicos, permitindo uma análise eficiente das variações espectrais ao longo do tempo e do espaço (Bracewell *et al.*, 2000). No entanto, a FFT tradicional apresenta limitações quando aplicada a sinais não estacionários, pois assume que todas as frequências estão presentes durante todo o registro temporal. Para lidar com essa limitação, técnicas como a Transformada de Fourier de Janela Deslizante (STFT, do inglês *Short-Time Fourier Transform*) e a Análise Espectral Multi-Janela foram desenvolvidas, proporcionando uma resolução espectral mais adaptada a sinais sísmicos complexos (Cohen, 1995).

A Transformada de Fourier Contínua (CFT, do inglês *Continuous Fourier Transform*), que constitui a base matemática da análise espectral, é definida como:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{iwt} dt \quad (2.24)$$

onde $F(w)$ representa o espectro de amplitudes do sinal $f(t)$, w é a frequência angular

e $e^{i\omega t}$ é o núcleo da transformada, responsável por decompor o sinal em suas componentes espectrais. Essa equação expressa como um sinal no domínio do tempo pode ser decomposta em suas frequências constituintes, permitindo a análise espectral das variações de amplitude e fase associadas a diferentes componentes de frequência.

A abordagem multi-janelas tem sido amplamente utilizada em diferentes áreas da geofísica e do processamento de sinais. [Kuwahara et al. \(1976\)](#) aplicaram essa técnica para a suavização de imagens RI-angiocardiógráficas, destacando sua capacidade de preservar bordas e detalhes estruturais, enquanto reduzem ruídos. [Luo et al. \(2002\)](#) exploraram a análise multi-janelas no contexto sísmico, demonstrando como essa técnica melhora a suavização de dados, preservando características essenciais da subsuperfície. Mais recentemente, [Augusto et al. \(2023\)](#) aplicou essa abordagem na modelagem viscoelástica de dados sísmicos do campo de Búzios, demonstrando sua relevância para a avaliação da atenuação intrínseca e reforçando a importância da análise espectral multi-janela como ferramenta robusta para a investigação das propriedades reológicas da subsuperfície. Esses estudos evidenciam a versatilidade do método e sua aplicabilidade em diferentes domínios. No contexto específico da atenuação sísmica, a análise multi-janelas tem sido empregada para aprimorar a estimativa do fator de qualidade Q , possibilitando uma avaliação mais precisa das variações espectrais associadas às propriedades geológicas do meio.

A abordagem metodológica adotada por [Freitas et al. \(2023\)](#) envolve a divisão da seção sísmica em múltiplas camadas, onde são aplicadas janelas espectrais de diferentes larguras para investigar as variações na amplitude espectral ao longo da profundidade. Como ilustrado na Figura 6, retirada deste estudo, observa-se a influência da atenuação sísmica ao se comparar o perfil de picos de frequência estimados a partir da média dos picos de frequência. Notam-se diferenças mais significativas no gráfico de perfis de picos de frequência para os intervalos das camadas 6 e 12, relativas ao topo do sal e à base do sal.

O estudo realizado por [Freitas et al. \(2023\)](#) no campo de Búzios destaca a aplicabilidade da análise espectral multi-janela na avaliação da atenuação sísmica em um cenário geológico complexo. No trabalho, foram analisadas variações verticais e horizontais do conteúdo de frequência em seções sísmicas que cruzam locais de poços, possibilitando uma correlação direta entre a variação espectral e a litologia da área estudada. A metodologia permitiu identificar padrões de atenuação espectral e

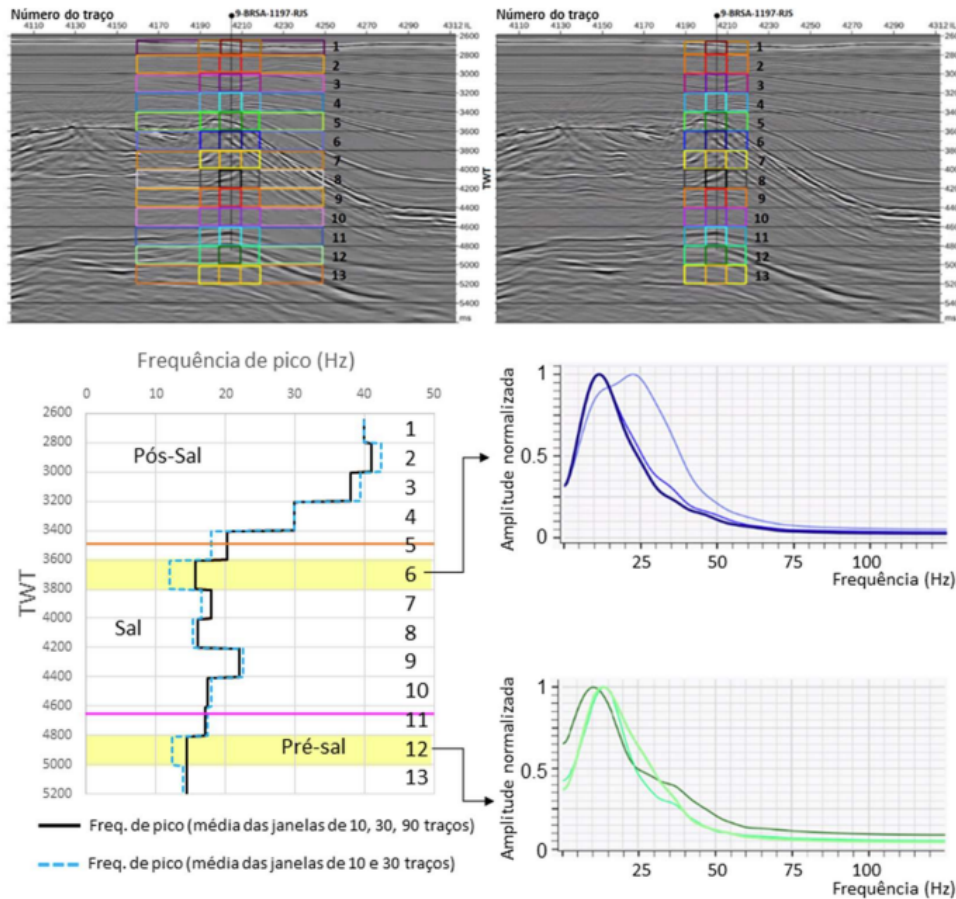


Figura 6 – Comparação entre o perfil de picos de frequência estimados a partir da média dos picos de frequências de três janelas (Freitas *et al.*, 2022).

avaliar a influência de diferentes camadas sedimentares sobre a propagação das ondas sísmicas. Um dos desafios apontados foi a influência da geometria das camadas na seleção das janelas de análise, uma vez que janelas retangulares de grande largura podem abranger múltiplas litologias, impactando a interpretação do espectro de amplitudes. Para mitigar esse problema, sugere-se a utilização de janelas adaptativas que acompanhem a orientação das camadas sedimentares.

Os resultados obtidos demonstram que a maior perda de frequência ocorre no pacote pós-sal, indicando um comportamento fortemente viscoelástico ou um efeito significativo de filtragem estratigráfica nessa região. Em contraste, na região abaixo do topo do sal, as variações espectrais são mínimas, sugerindo um comportamento predominantemente elástico da formação salina e das camadas subjacentes do pré-sal. A análise espectral multi-janelas, portanto, mostrou-se uma ferramenta eficiente para a identificação de padrões de atenuação sísmica e para o controle de qualidade da estimativa dos fatores de atenuação por diferentes métodos.

3 Migração Kirchhoff

A migração Kirchhoff baseia-se no teorema da função de Green (Green, 1835), utilizando a solução integral da equação da onda escalar. Trata-se de um dos algoritmos mais amplamente empregados nas etapas de processamento sísmico devido à sua flexibilidade na adaptação a diferentes geometrias e condições de aquisição de dados (Schneider, 1978; Yilmaz, 2001). Atualmente, essa técnica pode ser implementada tanto para dados 2D quanto 3D, abrangendo dados pré-empilhados ou pós-empilhados, no domínio da profundidade ou do tempo (Dondurur, 2018). Entre as diferentes abordagens, a migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade é amplamente utilizada, especialmente em meios onde ocorrem variações laterais suaves de velocidade (Zhu; Lines, 1996; Hertweck *et al.*, 2003).

A compreensão do método Kirchhoff pode ser facilitada pelo princípio de Huygens (Claerbout, 1984), que estabelece que cada ponto de um refletor atua como uma fonte secundária, gerando uma frente de onda esférica. Consequentemente, um refletor na subsuperfície pode ser modelado como um conjunto de múltiplas fontes pontuais, cada uma produzindo uma hipérbole de difração no domínio do tempo. A soma dessas hipérbolas resulta na seção sísmica registrada com afastamento nulo (Figura 7). Esse conceito é fundamental para o processo de migração, uma vez que a técnica Kirchhoff busca colapsar essas hipérbolas e realocar a energia sísmica para sua posição correta no espaço (Biondi, 2006; Dondurur, 2018).

A formulação matemática da migração Kirchhoff baseia-se na solução integral da equação escalar da onda (Schneider, 1978), sendo expressa genericamente como:

$$U(P) = \int_S W(Q)G(P, Q)dS, \quad (3.1)$$

onde $U(P)$ representa o campo de onda no ponto imageado P , $W(Q)$ é um fator de ponderação que leva em conta a geometria da aquisição e a amplitude do sinal, e $G(P, Q)$ é a função de Green que descreve a propagação da onda entre o ponto de superfície Q e o ponto de imagem P . Essa abordagem impõe requisitos fundamentais para a sua aplicação, como a amostragem adequada no espaço e no tempo, e a disponibilidade de um modelo de velocidades confiável. A precisão na definição desse modelo de velocidades é crucial, pois erros na estimativa da velocidade podem resultar

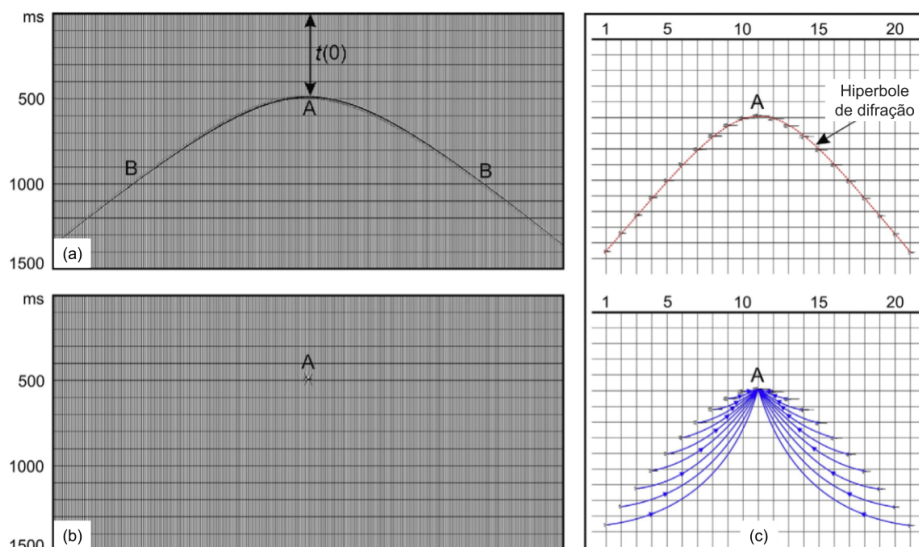


Figura 7 – Representação esquemática de uma hipérbole de difração colapsada pela migração de Kirchhoff. (a) Uma hipérbole de difração em uma seção de deslocamento nulo com velocidade constante. O ápice e os flancos da hipérbole são indicados por A e B, respectivamente. (b) Resultado da migração de (a). (c) As amplitudes ao longo dos flancos B são movidas para o ponto de vértice A após a migração (Dondurur, 2018).

em imagens sísmicas distorcidas ou mal posicionadas (Yilmaz, 2001).

Um fator crítico na implementação da migração Kirchhoff é a definição da abertura de migração, que controla a região de integração utilizada para a soma das hipérbolas de difração. Esse parâmetro influencia diretamente a qualidade da imagem sísmica, bem como a resolução de feições geológicas, pois está relacionado aos limites de mergulho e ao custo computacional do processamento (Biondi, 2006). Como regra geral, a abertura de migração deve ser pelo menos o dobro da distância horizontal correspondente ao mergulho máximo das reflexões (Sheriff; Geldart, 1995). Quanto menor o ângulo máximo de mergulho permitido, mais restrita deve ser a abertura de migração, o que pode comprometer a precisão da imagem final.

A migração Kirchhoff pode ser implementada de diferentes formas, dependendo do domínio em que a integral é resolvida. Em sua forma convencional, a técnica é aplicada no domínio do tempo, mas existem variações que incorporam correções no domínio da frequência para lidar com efeitos de dispersão e atenuação (Bleistein; Cohen; Stockwell, 2001). Além disso, avanços recentes incluem algoritmos híbridos que combinam Kirchhoff com métodos baseados na equação de onda, como a migração reversa no tempo (RTM), melhorando a capacidade de imageamento em meios complexos (Gray;

[Bleistein; Etgen, 2005](#)).

Em síntese, a migração Kirchhoff assume que os refletores na subsuperfície podem ser descritos como uma composição de inúmeras fontes secundárias de Huygens, onde a seção de afastamento nulo representa a superposição temporal das hipérboles de difração. Quando há descontinuidades estruturais, como falhas, as hipérboles de difração tornam-se evidentes e podem auxiliar na interpretação geológica. O processo de migração Kirchhoff em profundidade pode ser descrito em duas etapas principais:

1. Cálculo dos tempos de trânsito para ondas que se propagam de fontes para pontos de imagem no subsolo.
2. Integração de dados sísmicos dentro de um intervalo predefinido (abertura de migração) usando o tempo de trânsito da frente de onda.

Portanto, a migração Kirchhoff continua sendo uma ferramenta essencial no processamento sísmico, apresentando vantagens em termos de flexibilidade e aplicabilidade a diferentes cenários geológicos, especialmente quando os modelos de velocidade são relativamente bem conhecidos e as variações laterais de velocidade não são abruptas. Entretanto, sua eficácia pode ser limitada em ambientes geológicos altamente heterogêneos, onde métodos baseados na equação de onda completa podem apresentar desempenho superior ([Gray; Bleistein; Etgen, 2005](#)).

4 Metodologia

A metodologia proposta buscou avaliar os efeitos da atenuação viscoelástica na propagação das ondas sísmicas em um modelo representativo do pré-sal brasileiro. A abordagem metodológica (Figura 8) tem início com simulações sísmicas em meio elástico e viscoelástico, dentro do modelo de propriedades físicas no cenário de interesse, além da definição adequada dos parâmetros da simulação e da escolha de uma fonte sísmica com conteúdo de frequências amplo, compatível com a análise proposta. Em seguida, os dados sintéticos gerados foram submetidos à migração do tipo Kirchhoff nas abordagens em tempo (PSTM) e em profundidade (PSDM), sendo posteriormente analisados por meio de técnicas quantitativas baseadas na extração e comparação dos espectros de amplitude dos eventos do modelo, e qualitativas voltadas para a avaliação das imagens migradas e das formas de onda desses eventos. Dessa forma, a metodologia permite investigar, de maneira sistemática, os efeitos da dissipação e dispersão sísmica na interpretação dos dados geofísicos.

Fluxograma

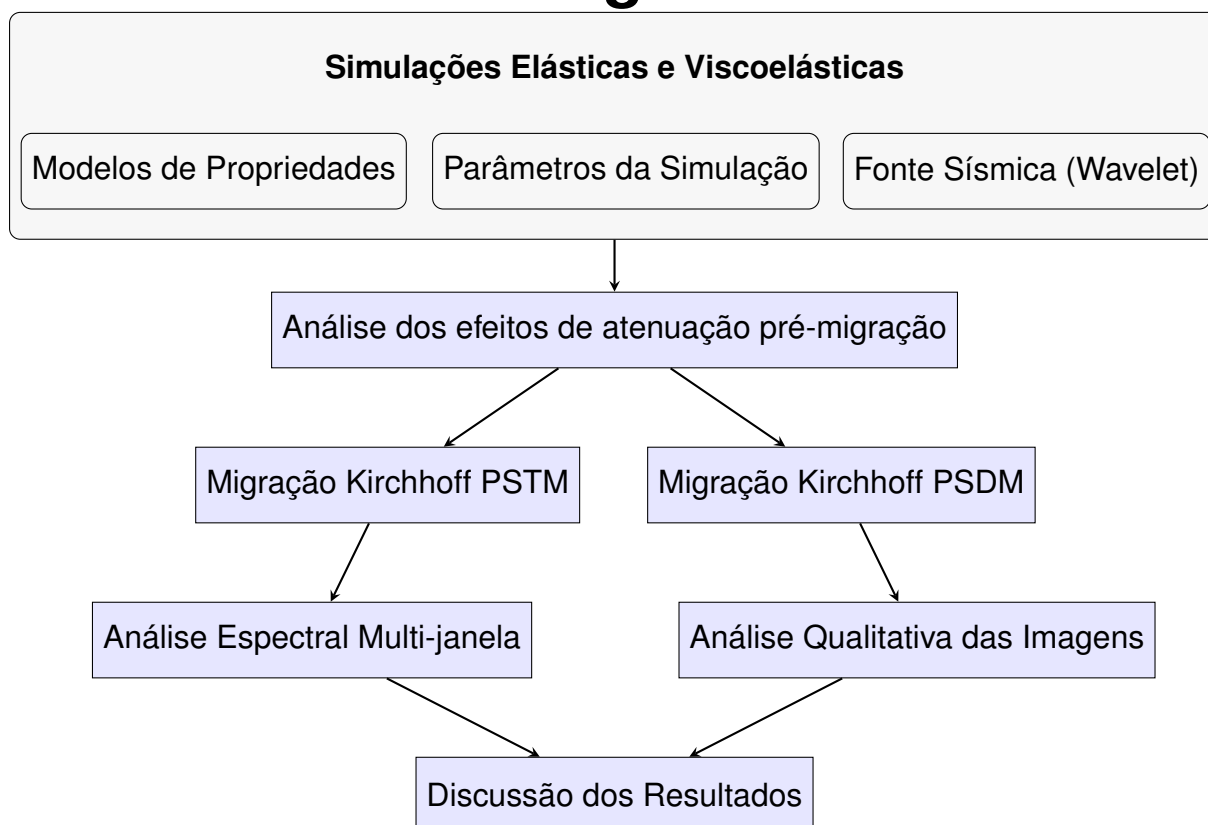


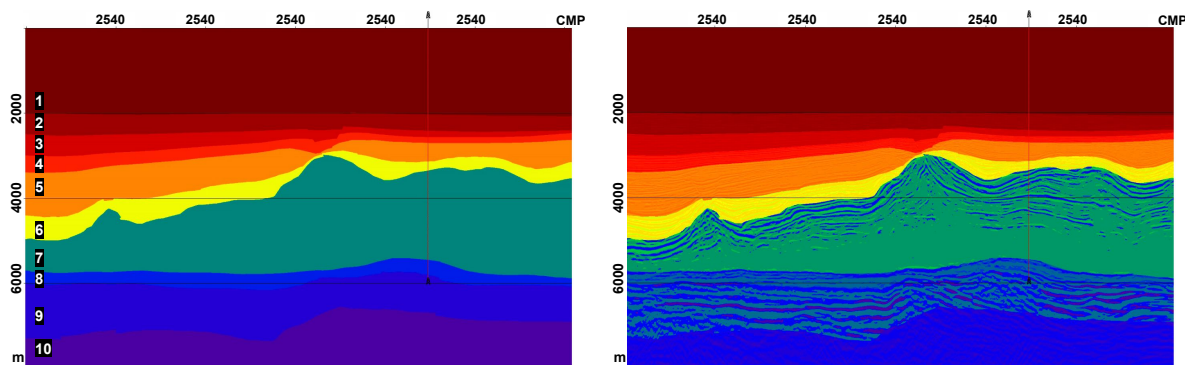
Figura 8 – Fluxograma da metodologia adotada neste trabalho.

4.1 Simulações Elásticas e Viscoelásticas

As simulações elásticas e viscoelásticas foram realizadas por meio do método das diferenças finitas, conforme a formulação de [Robertsson, Blanch e Symes \(1994\)](#), com o objetivo de modelar a propagação de ondas sísmicas em um cenário representativo do pré-sal, considerando os efeitos da dissipação e da dispersão da energia. Para esse fim, utilizou-se o *software* SEISWAVE 2D, desenvolvido pelo grupo de pesquisa GISIS, que implementou a solução numérica das equações governantes da propagação sísmica em meios elásticos e viscoelásticos. A modelagem para ambos os meios foi conduzida a partir da definição de modelos de propriedades físicas desenvolvidos pelo grupo ([Karsou et al., 2019](#); [Freitas et al., 2022](#)), além da especificação de parâmetros da simulação para uma configuração realista de aquisição sísmica do tipo *streamer*. A fonte sísmica adotada consistiu em uma wavelet *B-spline*, escolhida por sua característica de banda larga, permitindo uma análise mais abrangente da propagação sísmica.

4.1.1 Modelos de Propriedades

Foram adotadas duas características distintas para os modelos de propriedades (v_p , v_s , ρ , Q_p e Q_s): camadas constantes (Figura 9a) e camadas estratificadas (Figura 9b), ambas representativas do contexto geológico do pré-sal brasileiro, caracterizado por extensas camadas de sal e domos salinos espessos ([Giles; Rowan, 2012](#)). Os valores das propriedades do modelo de camadas constantes são apresentados na Tabela 1, onde v_p foi construído a partir da análise estatística de perfis sônicos de vagariedade P, v_s foi estimado pela relação $v_s = 0,45 \times v_p$, ρ foi extraído de perfis de densidade. Tais informações também tiveram como referência um poço localizado sobre a seção de modelagem, apresentado na Figura 9. Além disso, os valores de $Q_p = Q_s$ foram adotados com base em litologias descritas na literatura ([Moreira et al., 2007](#); [Buckley; Bosence; Elders, 2015](#)) que são semelhantes à litologia dos poços na região. No caso do modelo de camadas estratificadas, os valores foram obtidos correlacionando as propriedades físicas às variações de amplitude observadas na sísmica real PSTM ([Freitas et al., 2022](#)). Os parâmetros da malha do modelo estão apresentados na Tabela 2.



(a) Modelo de Búzios (GISIS) camadas constantes. (b) Modelo de Búzios (GISIS) estratificado.

Figura 9 – Modelos de propriedades Búzios (GISIS)

Tabela 1 – Valores de propriedades por camadas geológicas modelo Búzios (GISIS).

Camada	v_p (m/s)	v_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q_p	Q_s
1	1500	0	1020	9999	9999
2	1710	769,5	1700	32	32
3	2000	900	1800	100	100
4	2300	1035	1900	120	120
5	2650	1192,5	2000	130	130
6	3350	1507,5	2200	150	150
7	4450	2002,5	2100	200	200
8	4900	2205	2600	280	280
9	5100	2295	2600	300	300
10	5200	2340	2800	300	300

Tabela 2 – Principais parâmetros da malha do modelo.

Malha do modelo	
Número de amostras	6089 × 2558
Largura do modelo	19028,125 m
Profundidade	7993,75 m
Intervalo dx	3,125 m
Intervalo dz	3,125 m

4.1.2 Parâmetros da Simulação

Buscando representar uma aquisição real, a simulação foi realizada com um levantamento do tipo *streamer* (Tabela 3). Utilizou-se um cabo de 2162,5 metros de comprimento, com intervalos entre receptores de 12,5 metros e um total de 161 receptores. A profundidade da fonte foi ajustada para 7,0 metros, enquanto a profundidade dos receptores foi de 9,0 metros. O intervalo entre os tiros foi de 25,0 metros, totalizando 540 tiros. O tempo de registro foi de 9,074 segundos, com uma taxa de amostragem de 0,0002 segundos. O *offset* mínimo foi de 155,0 metros.

Tabela 3 – Principais parâmetros das modelagens elástica e viscoelástica.

Fonte		Registro	
Pulso	<i>B-spline</i> (m=80)	Arranjo	<i>streamer</i>
Frequência de corte	8,0-80,0 Hz	Comprimento do cabo	2162,5
Atraso da fonte	0,30 s	Intervalo de receptores	12,5 m
Intervalo de tiro	25,0 m	Profundidade	10,0 m
Profundidade	10,0 m	Número de canais	161
Número de tiros	540	Tempo de registro	9,074 s
Injeção	$\sigma_{xx} + \sigma_{zz}$	Taxa de amostragem	0,0002 s
Frequência de referência (Q)	15 Hz	Afastamento mínimo	155,0 m

4.1.3 Fonte Sísmica (*Wavelet*)

Como fonte de injeção no sistema, foi utilizado um pulso sísmico do tipo *B-spline* (Figura 10) com uma banda larga de frequências, variando de 8 a 80 Hz, com o objetivo de evidenciar melhor os efeitos de atenuação que ocorrem nas altas frequências do dado. A seguinte expressão, proposta por Cao e Han (2011), representa o pulso utilizado $w(t)$:

$$w(t) = \frac{1}{q-p} \sqrt{f_b} \left(\text{sinc} \left(\frac{f_b t}{m} \right) \right)^m (q \text{sinc}(2qt) - p \text{sinc}(2pt)), \quad (4.1)$$

onde m é um número inteiro que representa a ordem da função, f_b representa a largura da banda, p é a frequência inicial e q é a frequência final. A equação é baseada na teoria da decomposição no domínio *wavelet* e na sua respectiva reconstrução no domínio do tempo. O termo *sinc* é uma contração do nome da função seno cardinal, denotada por $\text{sinc}(x)$. Esta função é fundamental no conceito de reconstrução de sinais originais contínuos, limitados em banda, a partir de amostras uniformemente espaçadas.

O *software* de modelagem adotado para as simulações, SEISWAVE 2D, desenvolvido pelo grupo, considera em sua formulação que a derivada de uma fonte acústica é injetada nas componentes de tensões normais (σ_{xx} e σ_{zz}) da equação da onda. Dessa forma, utiliza-se como fonte a integral do pulso sísmico para que o sinal registrado na modelagem tenha a forma de onda de fase zero. Além disso, uma vez que o espalhamento geométrico para o caso 2D não é esférico, mas cilíndrico, o sismograma obtido também apresentará uma forma de onda do pulso defasada; portanto, foi aplicado um filtro de meia derivada na fonte antes de injetá-la na simulação (Pica; Diet; Tarantola, 1990). A Figura 11 representa o pulso após sua integração e a aplicação do filtro de meia derivada, e seu espectro de amplitudes.

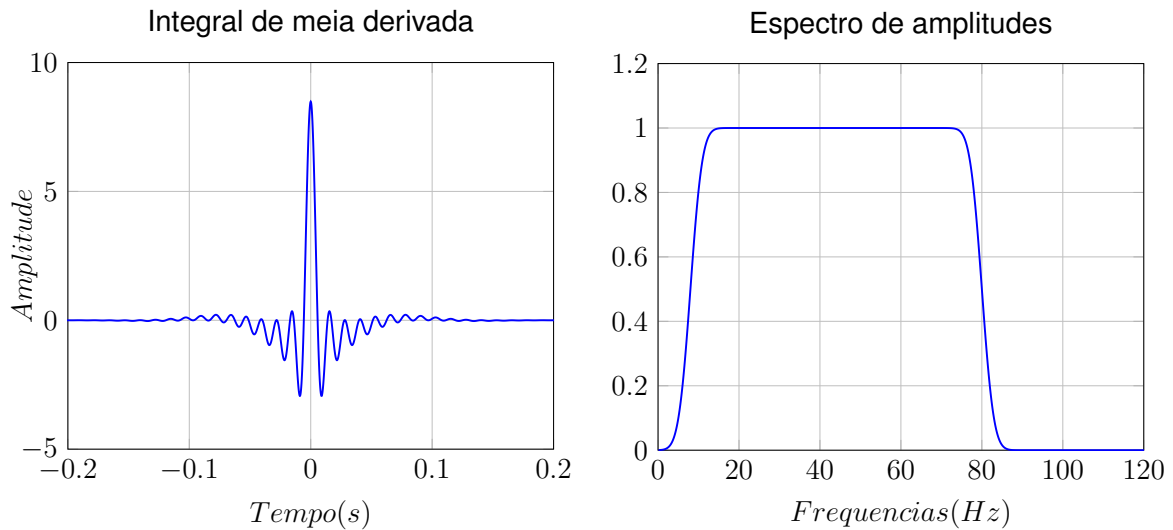


Figura 10 – *Wavelet B-spline* com uma banda larga de frequências (8 a 80 Hz)

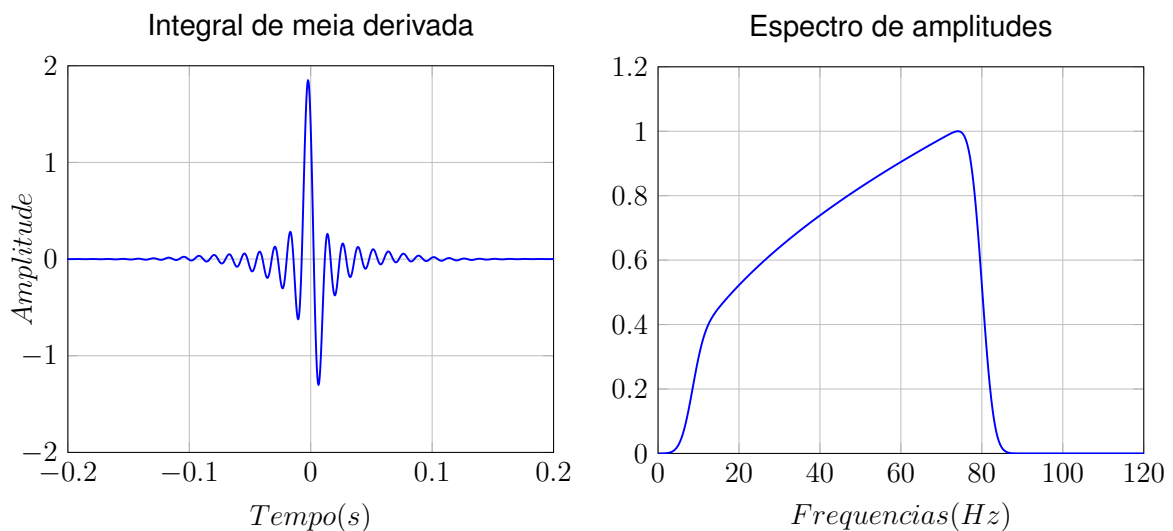


Figura 11 – *Wavelet B-spline* após integração e aplicação de filtro de meia derivada.

4.2 Controle de Qualidade das Simulações

Como controle de qualidade dos parâmetros adotados, primeiramente, foi gerado um sismograma referente a um único tiro (Figura 12) para ambos os modelos, dispostos em três traços de diferentes afastamentos (Figura 13). A simulação mostrou-se estável e sem efeitos de dispersão numérica nos dados; os eventos geológicos podem ser distinguidos no sismograma, e a forma do pulso observada nos traços mostrou-se coerente com a forma do pulso desejado na fase zero. Com isso, uma avaliação com foco no reservatório também foi realizada inicialmente, sendo possível observar o comportamento da atenuação e distorção na forma de onda do sinal antes da migração.

Sismogramas sintéticos

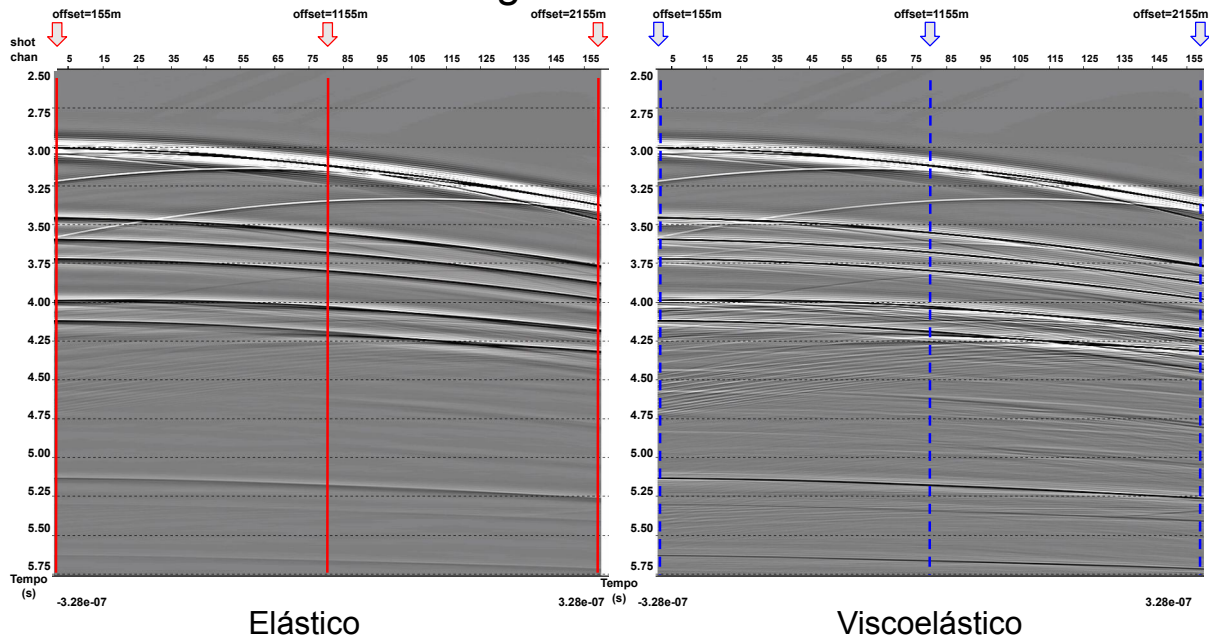


Figura 12 – Controle de qualidade dos sismogramas sintéticos elástico e viscoelástico de um único tiro.

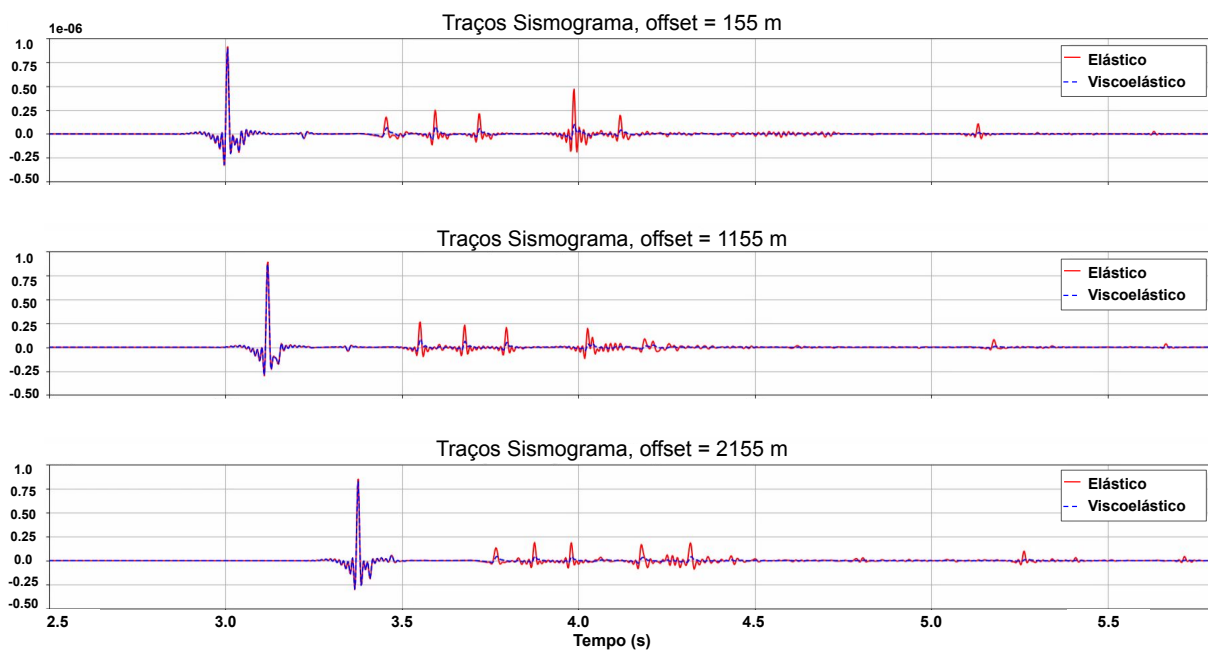


Figura 13 – Controle de qualidade dos traços sintéticos para diferentes afastamentos de 155m, 1155m e 2155m.

Além disso, são apresentados os espectros de amplitude dos sismogramas elástico e viscoelástico, sobrepostos ao espectro de amplitude da *wavelet B-spline*, normalizados às suas máximas amplitudes (Figura 14), sendo possível observar que o conteúdo de frequências dos sismogramas e o intervalo de frequências do espectro da *wavelet* injetada são compatíveis. Uma análise mais detalhada será apresentada nos

resultados com o estudo de multi-janelamento espectral, onde as perdas no conteúdo de frequências são evidenciadas para cada evento do modelo.

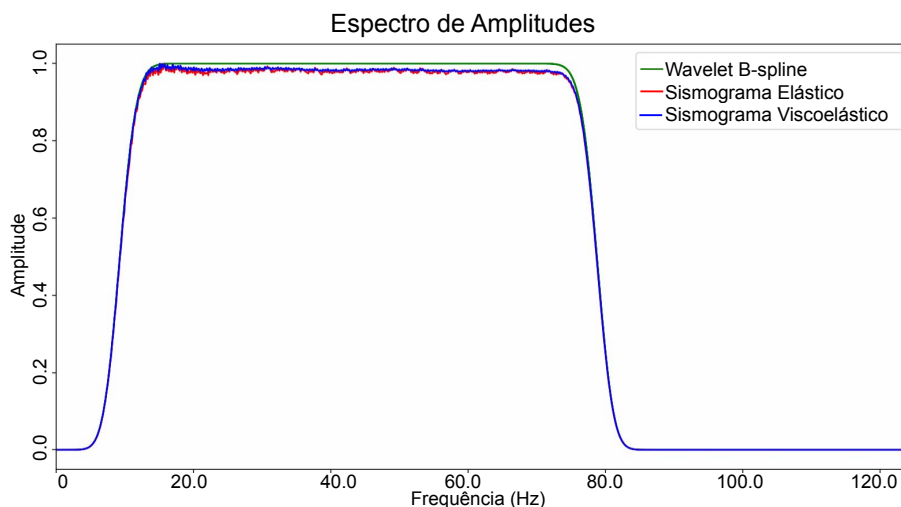


Figura 14 – Espectro de amplitude da *wavelet B-spline*, do sismograma elástico e do sismograma viscoelástico sobrepostos.

4.3 Migrações PSTM e PSDM

As técnicas de migração podem ser classificadas quanto à sua implementação no domínio do tempo ou no domínio da profundidade. A migração em tempo foca e posiciona um evento refletido por meio da informação proveniente de um modelo de velocidades RMS (do inglês, *Root-Mean-Square*), que, em outras palavras, realiza a média quadrática das velocidades relacionadas às camadas em subsuperfície. Além disso, a migração em tempo resulta em uma seção sísmica no domínio do tempo, o que contribui para a análise de frequência dos dados. Para as migrações em tempo adotadas neste trabalho, foi gerado um modelo de velocidades RMS (Figura 15) a partir dos modelos de velocidade intervalar.

Já para a migração em profundidade, utilizou-se o modelo de velocidades intervalares apresentado na Figura 9 para a realização dos cálculos, extraindo as velocidades médias entre duas interfaces reflexivas e posicionando as amplitudes de acordo com o modelo. Com isso, a migração em profundidade contempla de modo mais adequado a lei de Snell em camadas inclinadas, podendo honrar a curvatura do raio traçado com mais precisão em meios com variação lateral de velocidades significativas (Hubral, 1977). A acurácia geológica requer uma imagem em profundidade, sendo possível indicar com maior confiança a posição e as dimensões

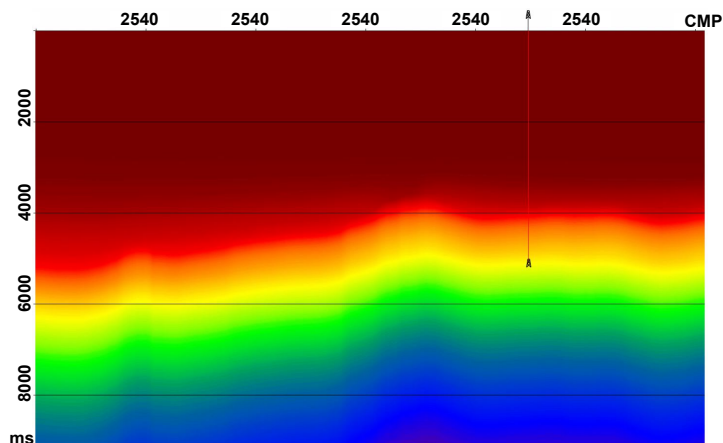


Figura 15 – Modelo de velocidades convertido em tempo.

de estruturas como falhas e domos salinos, onde há grandes contrastes de variação da velocidade lateral. Por esse motivo, optou-se por uma comparação das formas de onda obtidas nas imagens de profundidade sintéticas sobrepostas a imagens dos dados reais, contribuindo para uma avaliação qualitativa mais adequada.

A Tabela 4 resume os parâmetros adotados nas migrações, sendo estas as mesmas configurações para ambas. O espaçamento entre os canais utilizados na migração foi o mesmo da simulação, posicionando os receptores a cada 12,5 m. O número total de canais utilizados, 216, representa um *offset* máximo de 2650,0 m por tiro, também conforme a simulação. A utilização de afastamentos curtos teve o intuito de evitar a inclusão de informações, por exemplo, de ondas refratadas (*headwaves*) com baixas frequências, as quais não eram de interesse para este estudo, uma vez que os efeitos da atenuação são mais evidentes para altas frequências. A profundidade máxima definida para a migração foi de 8500 m, com incremento de 3,125 m, conforme a malha do modelo. Por fim, a abertura de migração utilizada foi de 2650,0 m, contemplando o afastamento total da aquisição e aproximadamente o comprimento máximo das hipérbolas de difração com os maiores mergulhos observados. Vale ressaltar que o algoritmo utilizado para as migrações não é anelástico e, dessa forma, não corrige os efeitos causados pela absorção sísmica.

Tabela 4 – Parâmetros da Migração Kirchhoff

Frequência da modelagem (corte)	80,0 Hz
Intervalo mapeado (<i>CMPs</i>)	1-5601 (35000,0 m)
Canais utilizados por tiro (<i>offset</i>)	216 canais (2650,0 m)
Profundidade máxima de migração	8500,0 m ($dz = 3,125$ m)
Abertura de Migração (<i>CMPs</i>)	2040 (12750,0 m)

4.4 Análise Qualitativa das Imagens e Análise Espectral Multi-janelas

As migrações em tempo foram comparadas utilizando dados sintéticos, elásticos e viscoelásticos. Em uma primeira análise qualitativa, as seções migradas em tempo com modelos de camadas constantes e estratificadas foram colocadas lado a lado, além de serem sobrepostas aos respectivos modelos de velocidade. Foram avaliados também traços normalizados ao valor absoluto máximo respectivo, observando-se as diferenças na forma de onda e nas amplitudes para os eventos da base do Sal e da base do reservatório.

A análise espectral multi-janela foi a técnica empregada neste trabalho para examinar detalhadamente as variações de frequência e amplitude das ondas sísmicas ao longo do perfil geológico. Esta abordagem permite uma avaliação mais precisa dos efeitos da atenuação viscoelástica em diferentes regiões do modelo sísmico. Tais análises quantitativas foram realizadas apenas com dados do modelo de camadas constantes e utilizando as janelas espectrais próximas ao poço de referência. As janelas foram definidas sobre os eventos do assoalho oceânico, dos quatro refletores do pós-sal, do topo do sal, da base do sal e de um refletor do pré-sal (base do reservatório) ao redor do mesmo poço de referência utilizado para a construção dos modelos (Figura 16). Vale ressaltar a vantagem desta técnica para este modelo, em que foi possível definir tamanhos de janelas distintos (variando de 250 ms a 100 ms), mas que compreendem os eventos sem que houvesse sobreposição da forma de onda entre eles. Além disso, com o intuito de buscar uma maior estabilidade e confiabilidade das análises, foram propostos dois janelamentos para cada evento, considerando apenas um traço e 40 traços, sendo que o segundo caso representa melhor cada região de janelamento.

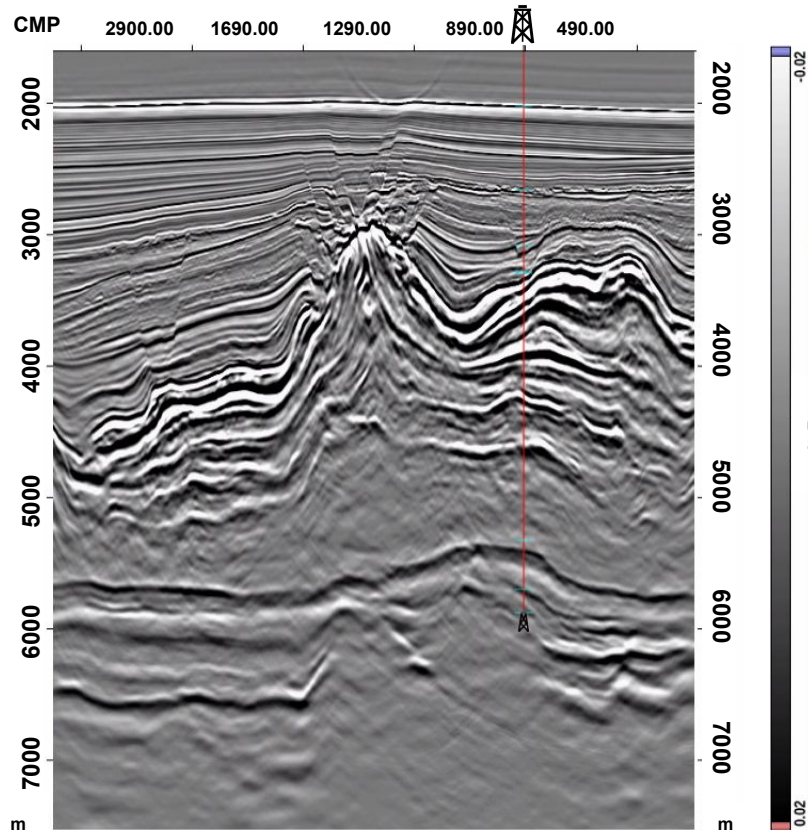
Para cada janela temporal, aplica-se a transformada de Fourier para converter os dados do domínio do tempo para o domínio da frequência. Esta transformação permite a extração dos espectros de amplitude, que são, então, analisados para identificar as frequências predominantes e suas variações ao longo do perfil sísmico. A comparação dos espectros de amplitude entre os modelos elástico e viscoelástico revela como a atenuação viscoelástica afeta a propagação das ondas sísmicas, particularmente em termos de absorção das frequências mais altas e rotação de fase.

Fluxo de Processamento do Dado Real



(a) Fluxo de processamento.

PSDM Dado Real



(b) Migração Kirchhoff PSDM.

Figura 17 – Fluxo de processamento adotado para o dado de campo e sua imagem PSDM da região de interesse próxima ao poço de exploração do reservatório.

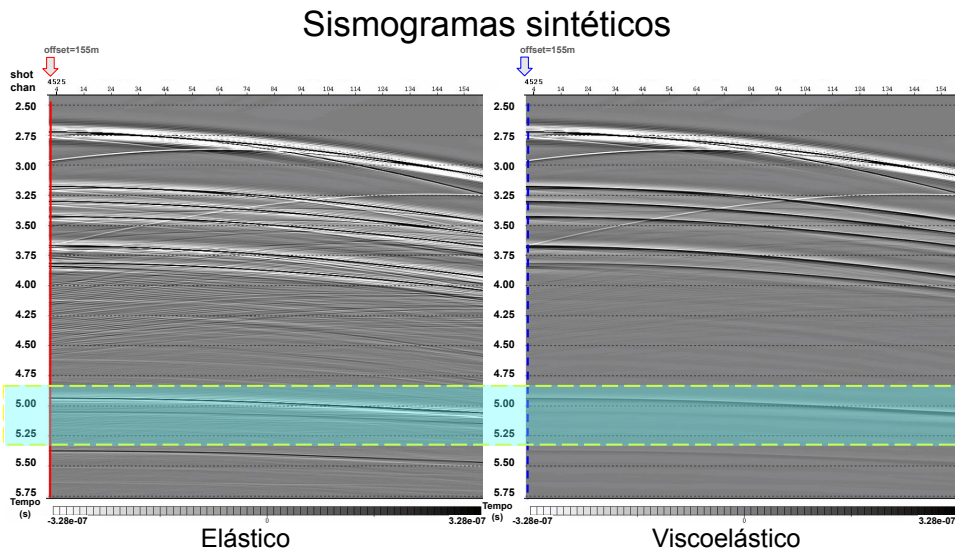
5 Resultados e Discussões

Este capítulo apresenta os resultados das simulações sísmicas realizadas, enfocando três análises principais: sismogramas sintéticos, imagens migradas, tanto pela Migração Sísmica em Tempo Pré-Empilhamento (PSTM) quanto pela Migração Sísmica em Profundidade Pré-Empilhamento (PSDM), e espectros de amplitude. A análise dos sismogramas sintéticos permite comparar as diferenças na forma de onda e na amplitude entre os modelos elástico, viscoelástico e dado real, destacando os efeitos da atenuação sísmica. As imagens migradas são avaliadas para compreender como a atenuação influencia a qualidade e a resolução das imagens sísmicas, especialmente em estruturas complexas típicas da região do pré-sal. Por fim, a análise dos espectros de amplitude oferece uma visão detalhada das variações de frequência ao longo do perfil sísmico, permitindo uma comparação quantitativa entre os modelos e evidenciando as alterações causadas pela atenuação viscoelástica. Essas análises são fundamentais para compreender a influência da atenuação na propagação das ondas sísmicas e na interpretação dos dados geofísicos.

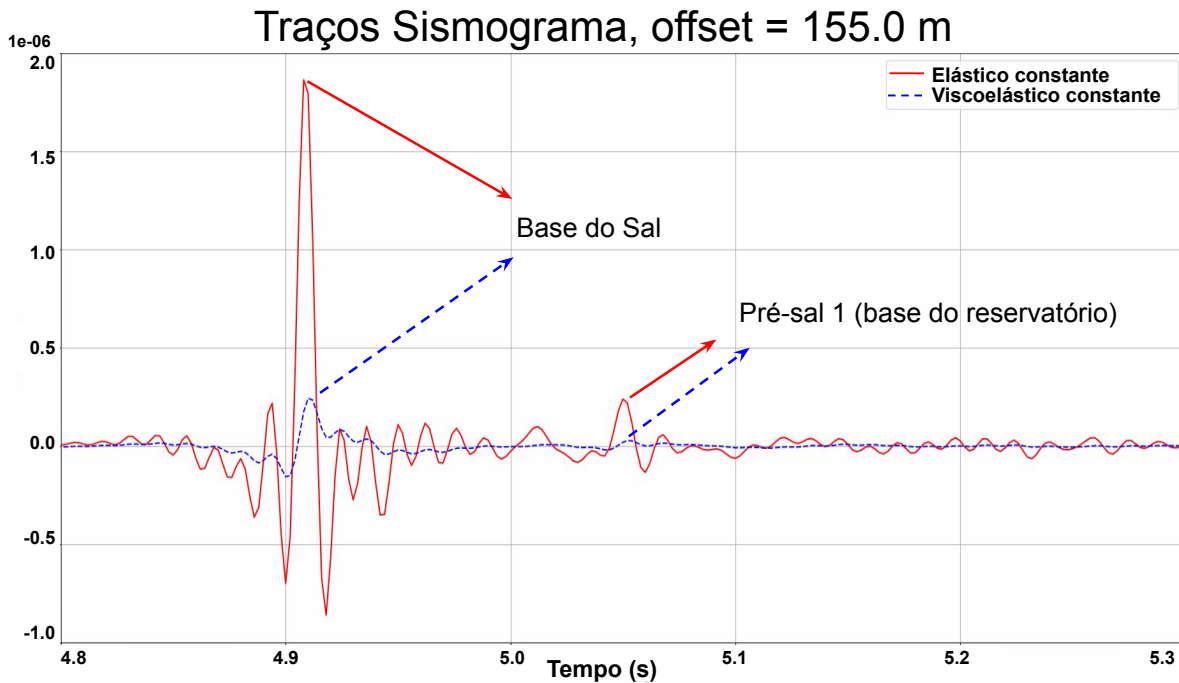
5.1 Análise da Atenuação Sísmica no Traço Pré-Migração

A avaliação da atenuação sísmica antes do processo de migração é essencial para compreender os efeitos intrínsecos da viscoelasticidade nos dados brutos, sem a influência de procedimentos de processamento que possam mascarar ou alterar as características originais do sinal. Essa análise direta no domínio do tempo permite caracterizar a dissipação de energia e a dispersão das ondas sísmicas, sendo crucial para desenvolver estratégias de compensação durante o processamento sísmico.

A região de interesse deste estudo situa-se abaixo de uma extensa camada de sal e de uma camada de pós-sal, onde está localizado um reservatório comprovado. Os efeitos da atenuação são particularmente evidentes devido à complexidade geológica e às propriedades viscoelásticas das rochas envolvidas. A Figura 18 ilustra os sismogramas sintéticos gerados para os modelos elástico e viscoelástico e os respectivos traços de afastamento mínimo.



(a) Sismogramas sintéticos destacando a região do reservatório.



(b) Traços sintéticos.

Figura 18 – Análise do traço pré-migração. (a) Indicação dos eventos de interesse em traços com afastamento mínimo em ambos os sismogramas elástico e viscoelástico. (b) Sobreposição dos respectivos traços elástico (em vermelho) e viscoelástico (azul) na área do reservatório.

Observa-se que, no modelo viscoelástico, há uma redução significativa na amplitude dos picos e uma diminuição no conteúdo de altas frequências com o alargamento do pulso, em comparação ao modelo elástico, evidenciando também a distorção na forma de onda. Esses efeitos são indicativos da dissipação de energia e da dispersão das ondas sísmicas ao atravessarem materiais viscoelásticos, fenômenos que podem comprometer a resolução e a qualidade das imagens sísmicas obtidas.

5.2 Análise da Atenuação Sísmica e nas Seções PSTM

A análise das seções migradas em tempo (PSTM) revelou diferenças significativas entre os dados elásticos e viscoelásticos, especialmente na região do pré-sal. Ambos os dados migrados com modelos de camadas constantes (Figura 19) e com camadas estratificadas (Figura 20) geraram imagens consistentes com os modelos, colapsando de forma efetiva as difrações da simulação.

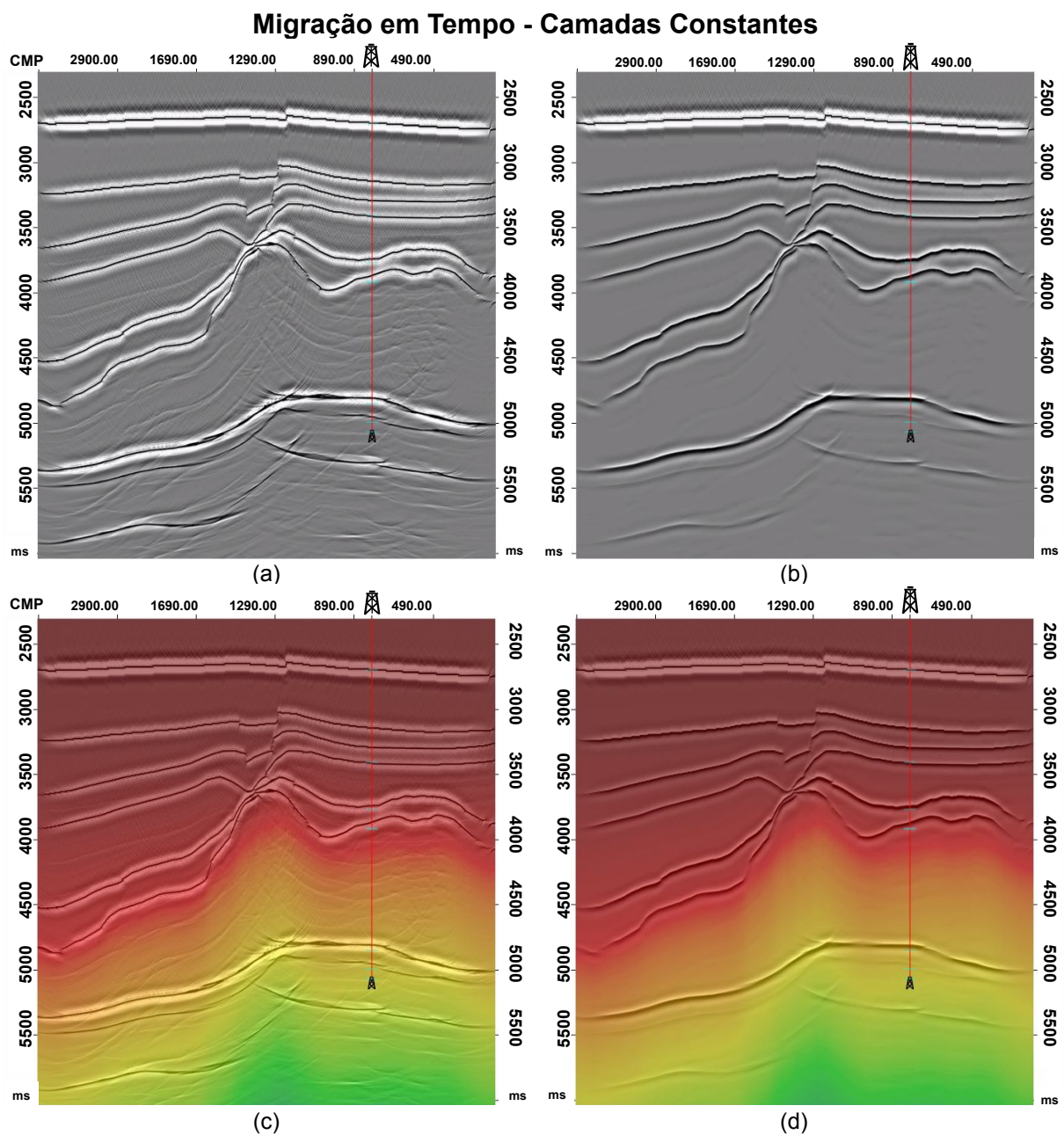


Figura 19 – Comparação das seções migradas em tempo com modelo de camadas constantes. (a) Elástico e (b) viscoelástico, e suas respectivas sobreposições ao modelo da simulação (c e d).

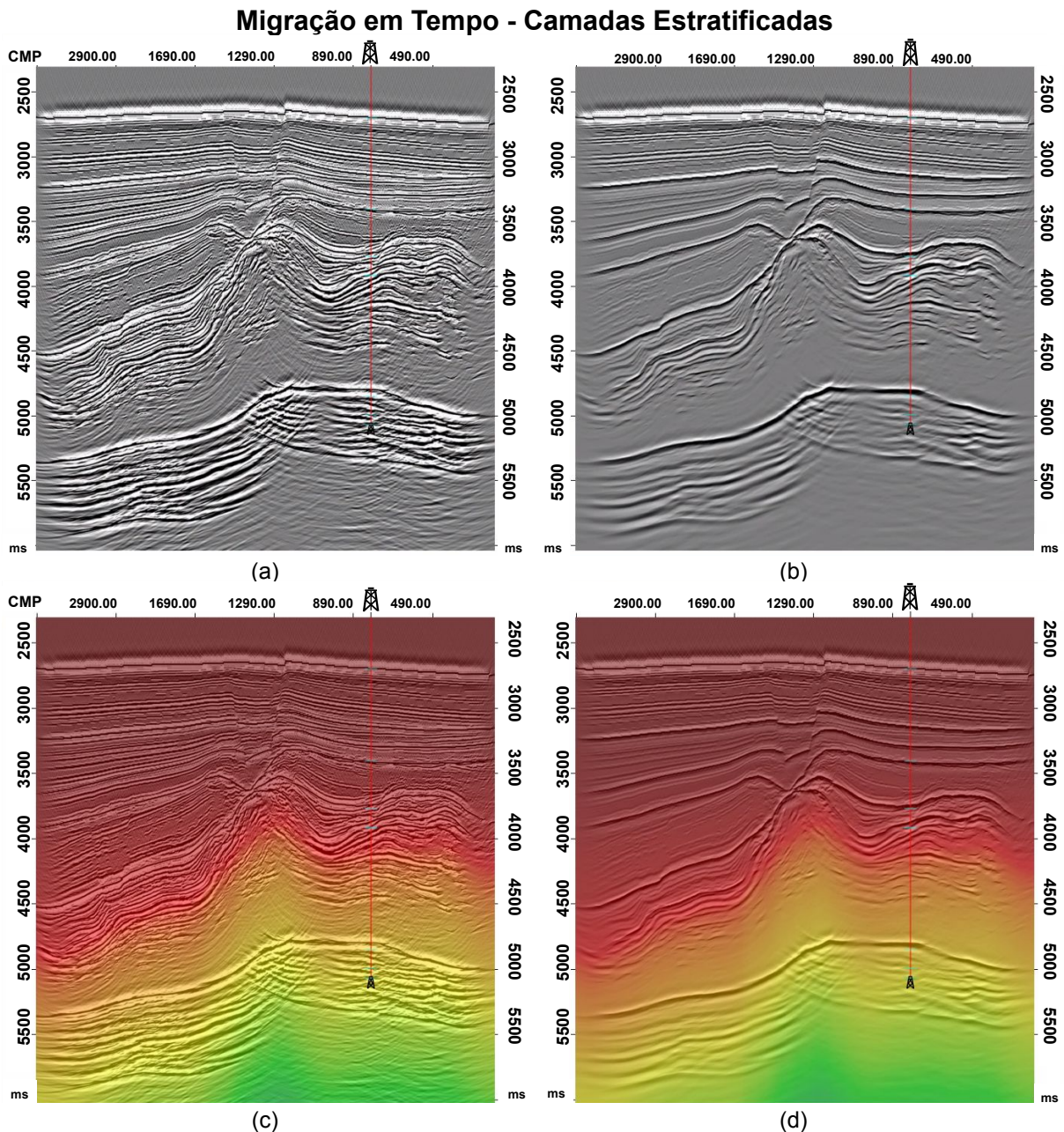
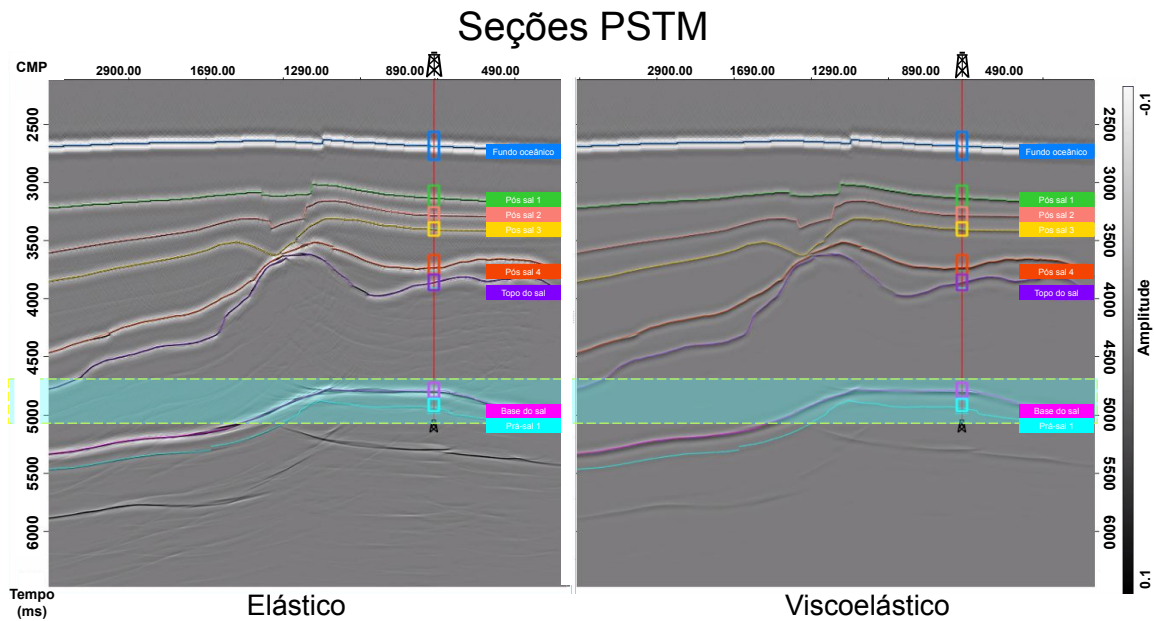


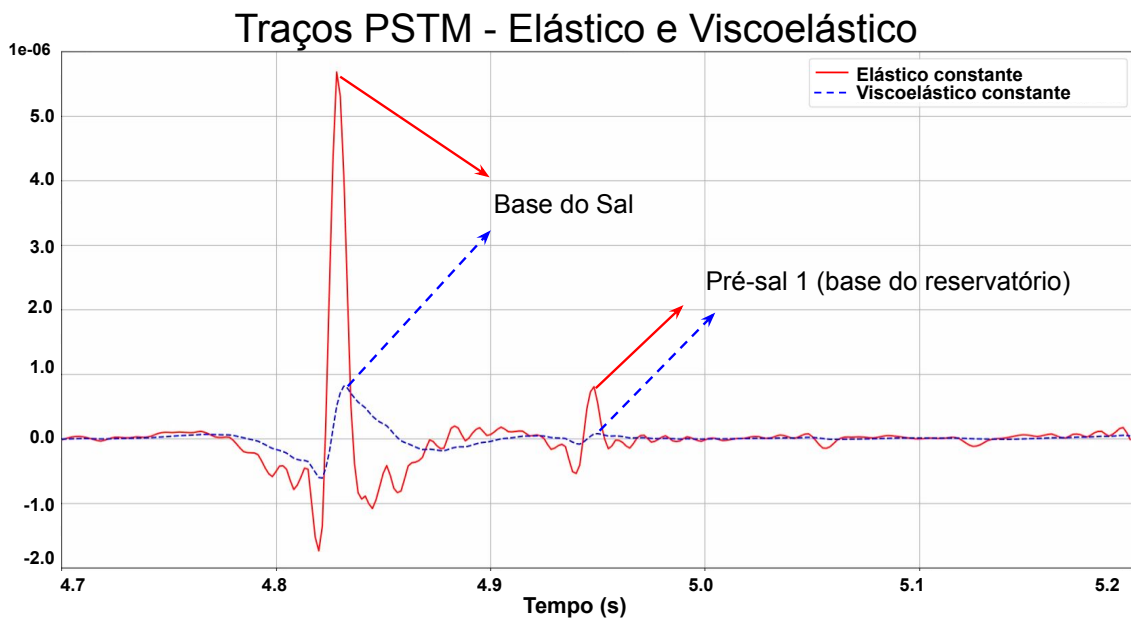
Figura 20 – Comparação das seções migradas em tempo com modelo de camadas estratificadas. (a) Elástico e (b) viscoelástico, e suas respectivas sobreposições ao modelo da simulação (c e d).

Para a análise da seção PSTM (Figura 21), utilizou-se apenas o modelo de camadas constante, selecionando a região sobre o reservatório e sobrepondo os traços elástico e viscoelástico (Figura 21a). Além de colapsar bem as amplitudes desses eventos, a migração em tempo também forneceu uma análise importante com a avaliação direta em um traço migrado, com ênfase nos refletores da base do sal e da base do reservatório, revelando diferenças significativas entre os dados elásticos e viscoelásticos (Figura 21b). No traço viscoelástico, observa-se uma diminuição notável

na amplitude e uma suavização do pulso sísmico, indicando uma perda de conteúdo de altas frequências. Esses efeitos são atribuídos à atenuação intrínseca do meio, que absorve a energia das ondas sísmicas durante a propagação, resultando em pulsos mais largos e de menor amplitude, como se esperava. Conseqüentemente, a resolução dos refletores pode ser comprometida, dificultando a interpretação de estruturas geológicas, como a base do reservatório, exemplificadas no modelo.



(a) Seções migradas (PSTM) destacando os eventos e região do reservatório.



(b) Traços sintéticos migrados.

Figura 21 – Análise da seção PSTM com foco no reservatório. (a) Identificação dos eventos e região sobre o reservatório (b) traços elástico e viscoelástico com foco no reservatório.

Em seguida, a análise espectral multi-janela empregada avaliou as variações no

conteúdo de frequência dos dados sísmicos migrados, comparando os modelos elástico e viscoelástico. Essa abordagem permitiu uma avaliação detalhada das componentes de frequência associadas a diferentes eventos sísmicos, fornecendo uma compreensão sobre a preservação ou atenuação das frequências ao longo da seção sísmica. Os resultados foram dispostos em ordem de profundidade dos eventos, comparando-se as janelas espectrais dos respectivos eventos para ambos os dados, elástico e viscoelástico (Figura 22).

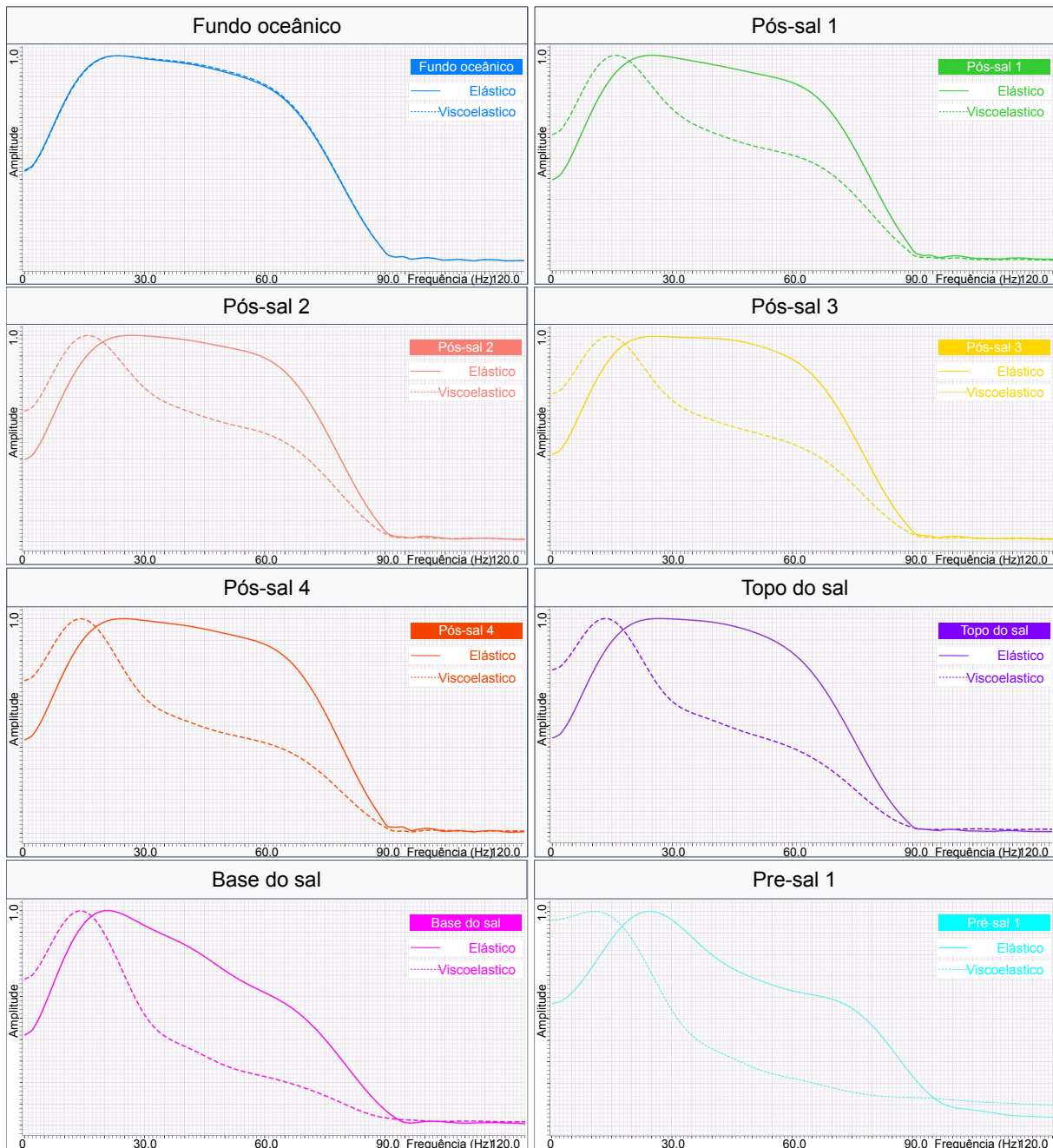


Figura 22 – Análise espectral com a comparação dos conteúdos de frequência entre os dados elástico e viscoelástico em cada evento.

A análise dos resultados referentes ao modelo elástico revelou uma preservação significativa do conteúdo de altas frequências nos eventos do pós-sal, com variações mínimas atribuídas principalmente a possíveis imprecisões no processo de janelamento. Contudo, nos eventos associados à base do sal e à base do reservatório, observou-se uma redução mais acentuada nas altas frequências. Esse resultado aponta para limitações inerentes tanto ao janelamento quanto aos efeitos de atenuação aparente em função dos parâmetros da aquisição. Tais efeitos são mais expressivos, por exemplo, devido à extensa camada de sal, onde o afastamento curto adotado não se mostrou suficiente para captar adequadamente a energia espalhada, resultando em uma perceptível diminuição do conteúdo de altas frequências nesses eventos mais profundos.

No modelo viscoelástico, a análise revelou uma diminuição progressiva das componentes de alta frequência nos eventos pós-sal, indicando uma atenuação pronunciada em comparação com o modelo elástico. Essa tendência é particularmente evidente ao comparar os dois primeiros eventos: o fundo do mar e o primeiro evento pós-sal. Enquanto o reflexo no fundo do mar mantém a energia com perdas mínimas, o primeiro evento pós-sal já demonstra uma redução significativa nas altas frequências, evidenciando os efeitos da atenuação viscoelástica. Ao prosseguir com a avaliação dos eventos subsequentes no pós-sal, observou-se uma recuperação no conteúdo de altas frequências entre o primeiro e o segundo evento pós-sal. Esse fenômeno pode estar relacionado a efeitos de atenuação aparente, onde a energia sísmica é refletida entre camadas, resultando em reforço construtivo nos eventos subsequentes. Por fim, ao analisar o espectro de amplitudes nos refletores da base do sal e da base do reservatório, constatou-se uma redução ainda mais acentuada no conteúdo de altas frequências. Essa observação corrobora a expectativa de que a atenuação viscoelástica impacta de maneira mais intensa as reflexões provenientes de maiores profundidades, devido ao maior percurso das ondas sísmicas em meios sujeitos a mecanismos de dissipação de energia, especialmente na presença de extensas camadas de sal.

Adicionalmente, ao comparar os resultados obtidos com janelas espectrais contendo apenas um traço sísmico com aqueles derivados de janelas ampliadas contendo 40 traços, observou-se uma melhora substancial na estabilidade e na representatividade das análises espectrais. Conforme ilustrado na Figura 23, a aplicação de janelas com maior extensão espacial possibilitou uma suavização das

flutuações espectrais indesejadas, com uma redução notável de artefatos locais causados por variações pontuais ou ruído aleatório. Essa abordagem favorece uma caracterização mais robusta e confiável das componentes de frequência presentes nos eventos sísmicos, refletindo de maneira mais fiel as propriedades do meio geológico simulado. Portanto, o uso de múltiplos traços na construção das janelas espectrais mostrou-se essencial para uma análise mais precisa da resposta sísmica ao longo da seção, sendo particularmente relevante na avaliação dos efeitos viscoelásticos sobre o conteúdo espectral do sinal. Tal escolha metodológica contribuiu diretamente para a coerência dos resultados e reforça a importância do critério de janelamento em estudos que visam investigar os impactos da atenuação sísmica na propagação e imagem das ondas.

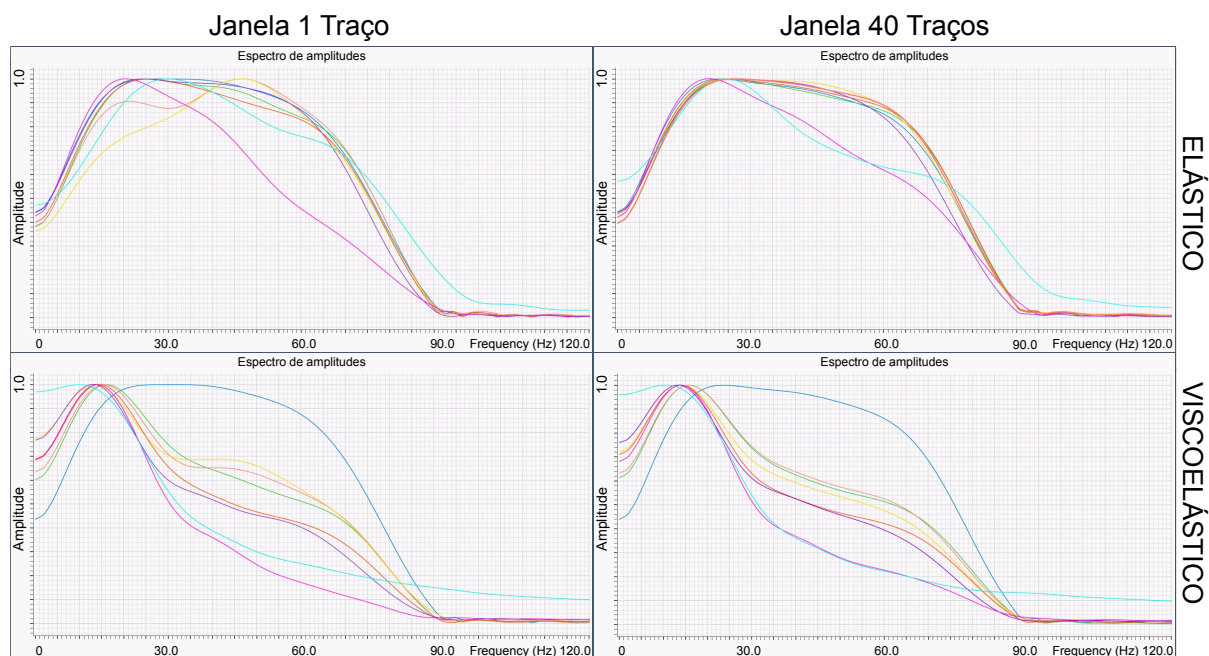
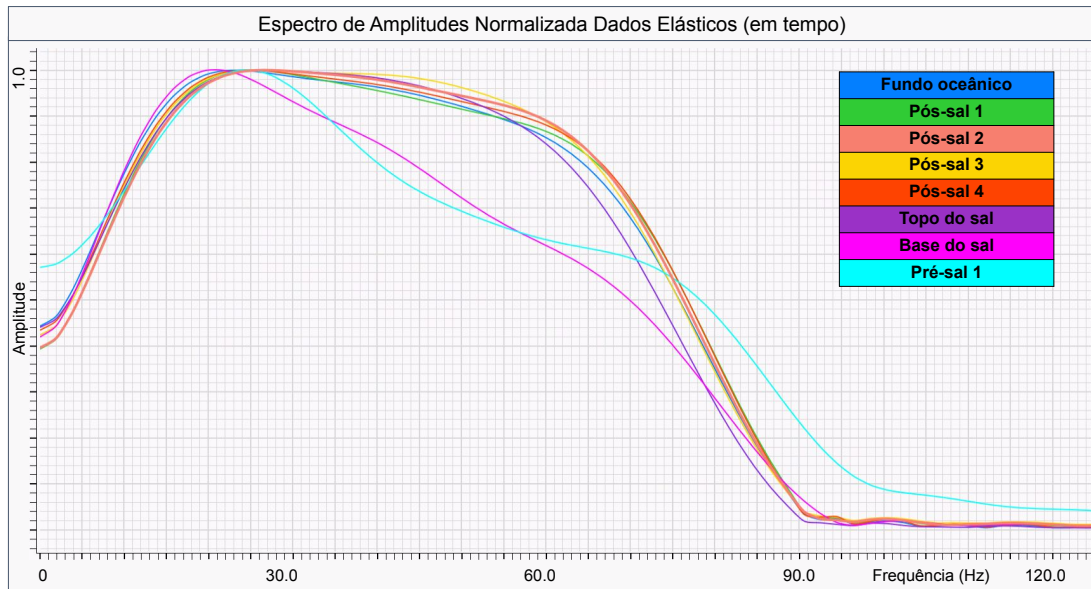


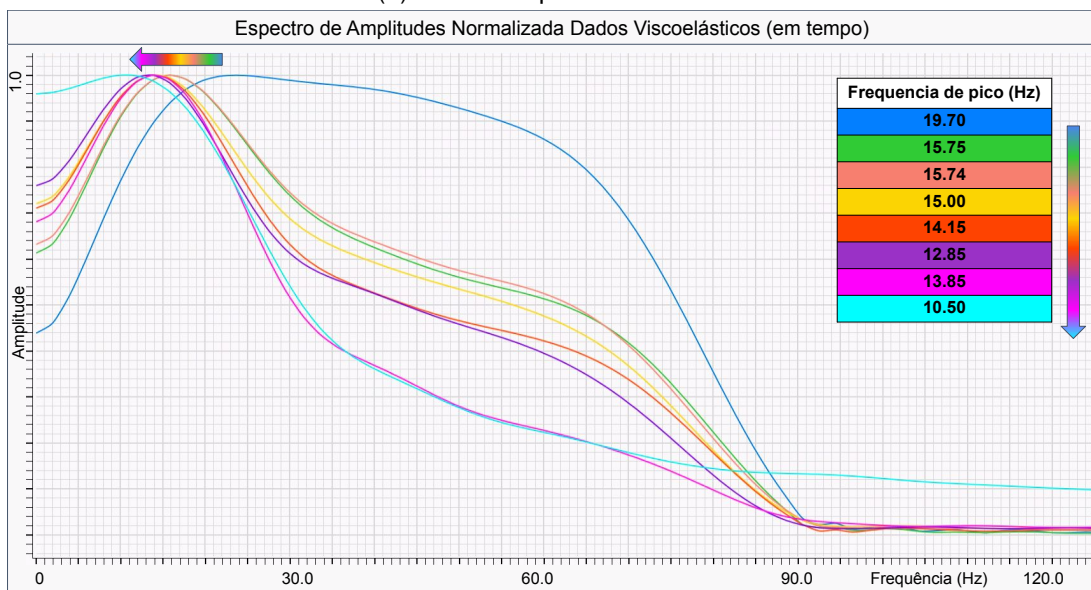
Figura 23 – Comparação dos espectros de amplitude para os modelos elástico e viscoelástico, utilizando janelas espectrais de 1 e 40 traços, evidenciando a influência do tamanho da janela na análise do conteúdo em frequência.

Além da análise do conteúdo de frequência, procedeu-se à avaliação da frequência de pico, definida como aquela em que a amplitude do sinal atinge seu valor máximo. Essa métrica é fundamental para compreender a energia dominante do sinal sísmico e os efeitos da atenuação viscoelástica sobre ele. Os resultados indicaram uma diminuição na frequência de pico nos eventos mais profundos, como a base do sal e a base do reservatório, reforçando que a atenuação viscoelástica não apenas reduz a amplitude das ondas sísmicas, mas também altera sua composição espectral, deslocando a energia para faixas de frequência mais baixas. Além disso, foi possível

quantificar uma flutuação nessa tendência, com o evento da base do sal apresentando um valor para a frequência de pico mais elevado (13,85 Hz) do que a frequência de pico associada ao topo do sal (12,85 Hz), corroborando novamente a possível influência de efeitos de atenuação aparente (Figura 24).



(a) Análise espectral Elástica.



(b) Análise espectral Viscoelástica.

Figura 24 – Análise espectral comparativa dos picos de frequências associados ao eventos sísmicos, respectivos espectros sobrepostos. (a) Dados elásticos evidenciando a conservação do conteúdo de frequências e (b) dados viscoelásticos evidenciando a perda preferencial das altas frequências e deslocamento da frequência de pico entre os eventos avaliados.

5.3 Análise da Atenuação Sísmica nas Seções PSDM

A fim de avaliar os efeitos da atenuação viscoelástica em seções sísmicas migradas em profundidade (PSDM), foram geradas imagens migradas para os modelos com camadas constantes e camadas estratificadas. Essa análise tem como objetivo verificar a fidelidade do imageamento em termos de posicionamento das reflexões, continuidade dos eventos e comportamento espectral das ondas sísmicas ao longo da profundidade. A Figura 25 apresenta os resultados obtidos para o modelo de camadas constantes.

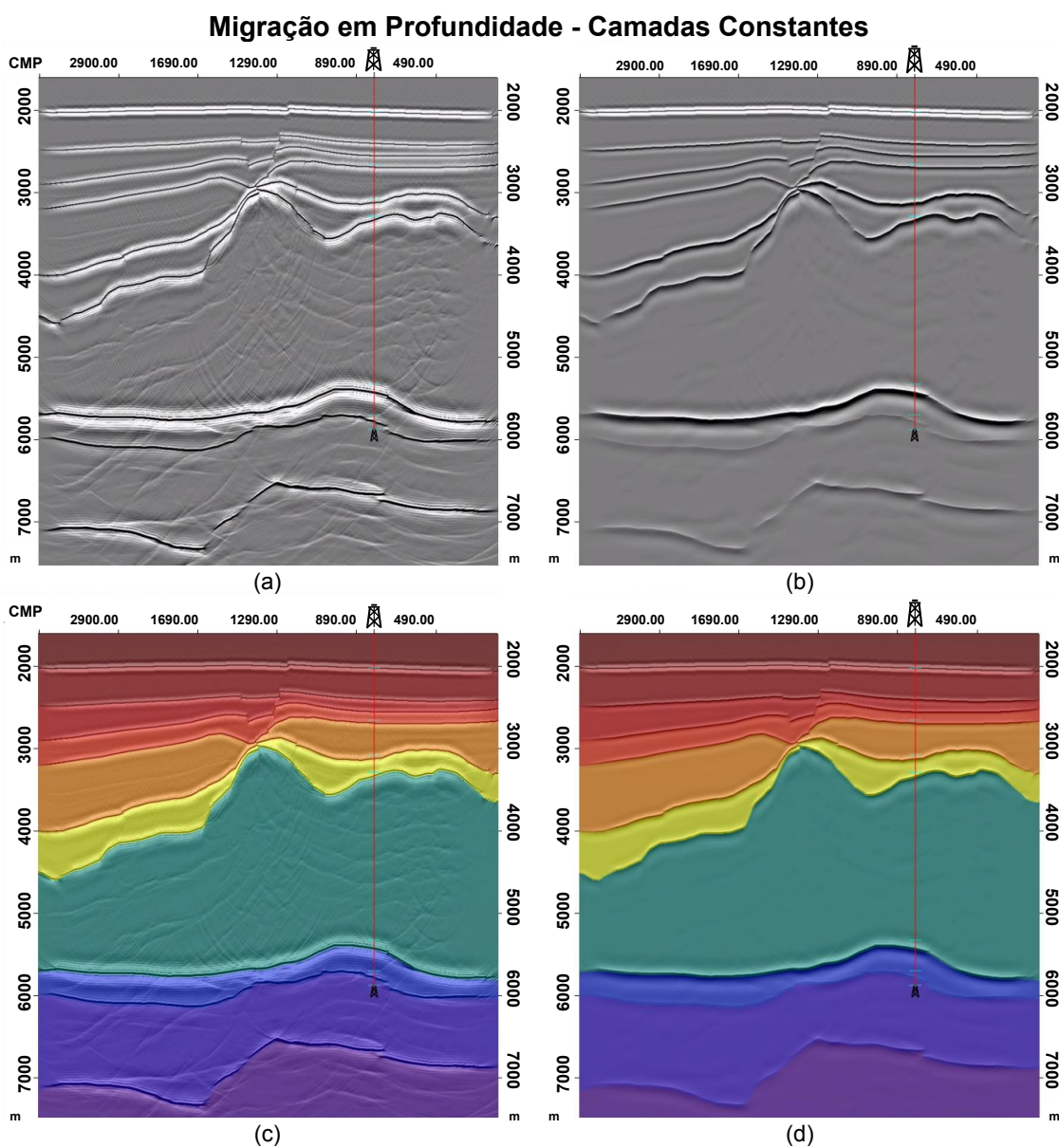


Figura 25 – Comparação das seções migradas em profundidade com modelo de camadas constantes. (a) Elástico e (b) viscoelástico, e suas respectivas sobreposições ao modelo da simulação (c e d).

As seções sísmicas dos dados elásticos e viscoelásticos foram sobrepostas ao modelo de velocidades, o que possibilitou uma avaliação visual do correto posicionamento após o imageamento. Observa-se que ambos os casos resultam em reflexões colapsadas de forma eficiente, posicionadas adequadamente em suas profundidades verdadeiras, evidenciando uma migração robusta e precisa, mesmo na presença de atenuação.

A Figura 26 exibe as seções migradas para o modelo de camadas estratificadas, contrastando os dados elásticos e viscoelásticos com suas respectivas sobreposições

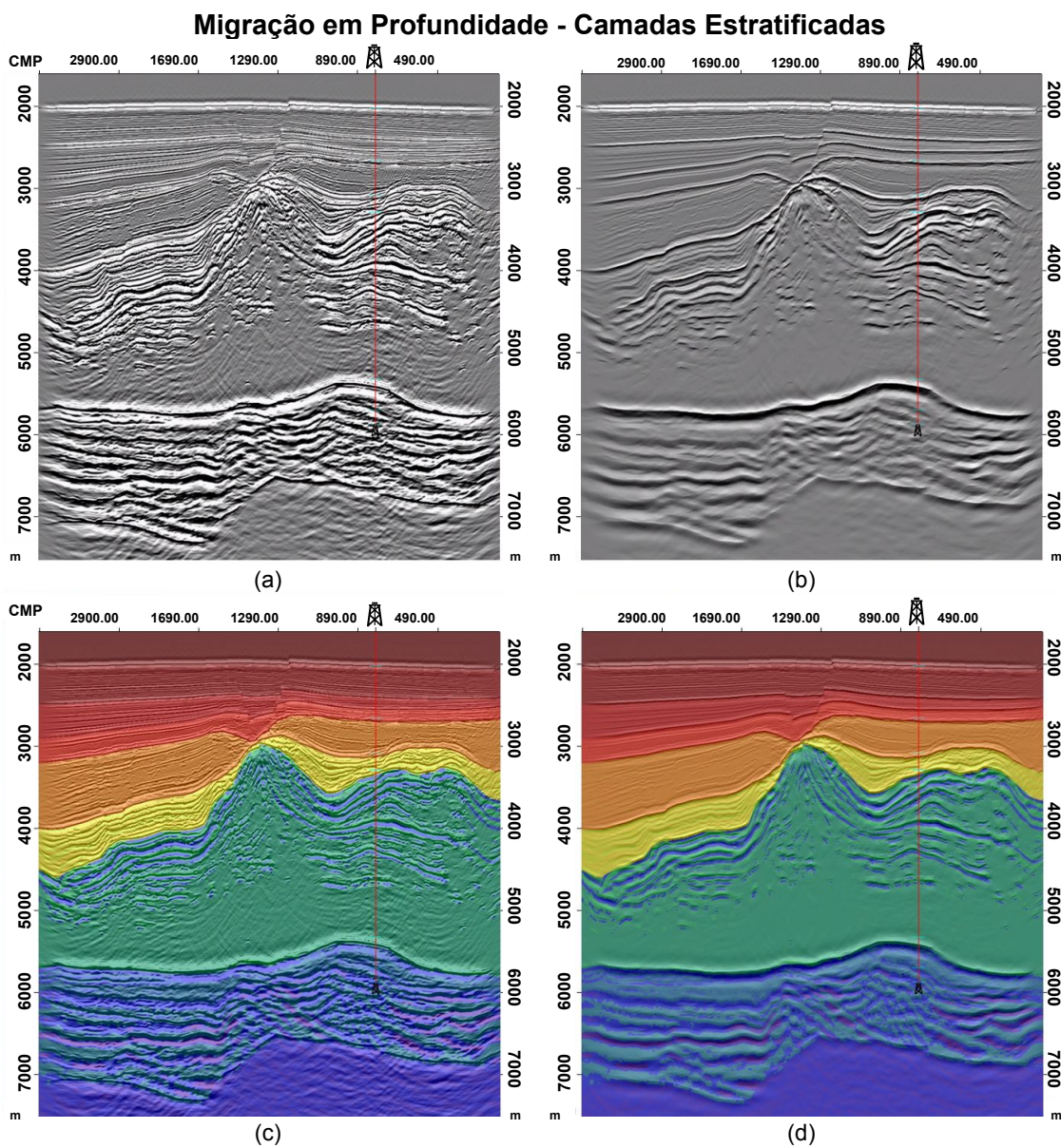


Figura 26 – Comparação das seções migradas em profundidade com modelo de camadas estratificadas. (a) Elástico e (b) viscoelástico, e suas respectivas sobreposições ao modelo da simulação (c e d).

ao modelo de simulação. Nessa configuração, observa-se que a migração mantém um alto grau de precisão, com reflexões que acompanham a estratificação geológica proposta. Essa representação se aproxima de forma mais realista das condições geológicas, evidenciando o potencial da modelagem viscoelástica para capturar os efeitos de propagação em meios atenuantes.

Na Figura 27, buscou-se analisar os resultados mais próximos da realidade, comparando as seções migradas estratificadas do dado elástico e viscoelástico e a seção do dado real, destacando a região para análise do reservatório.

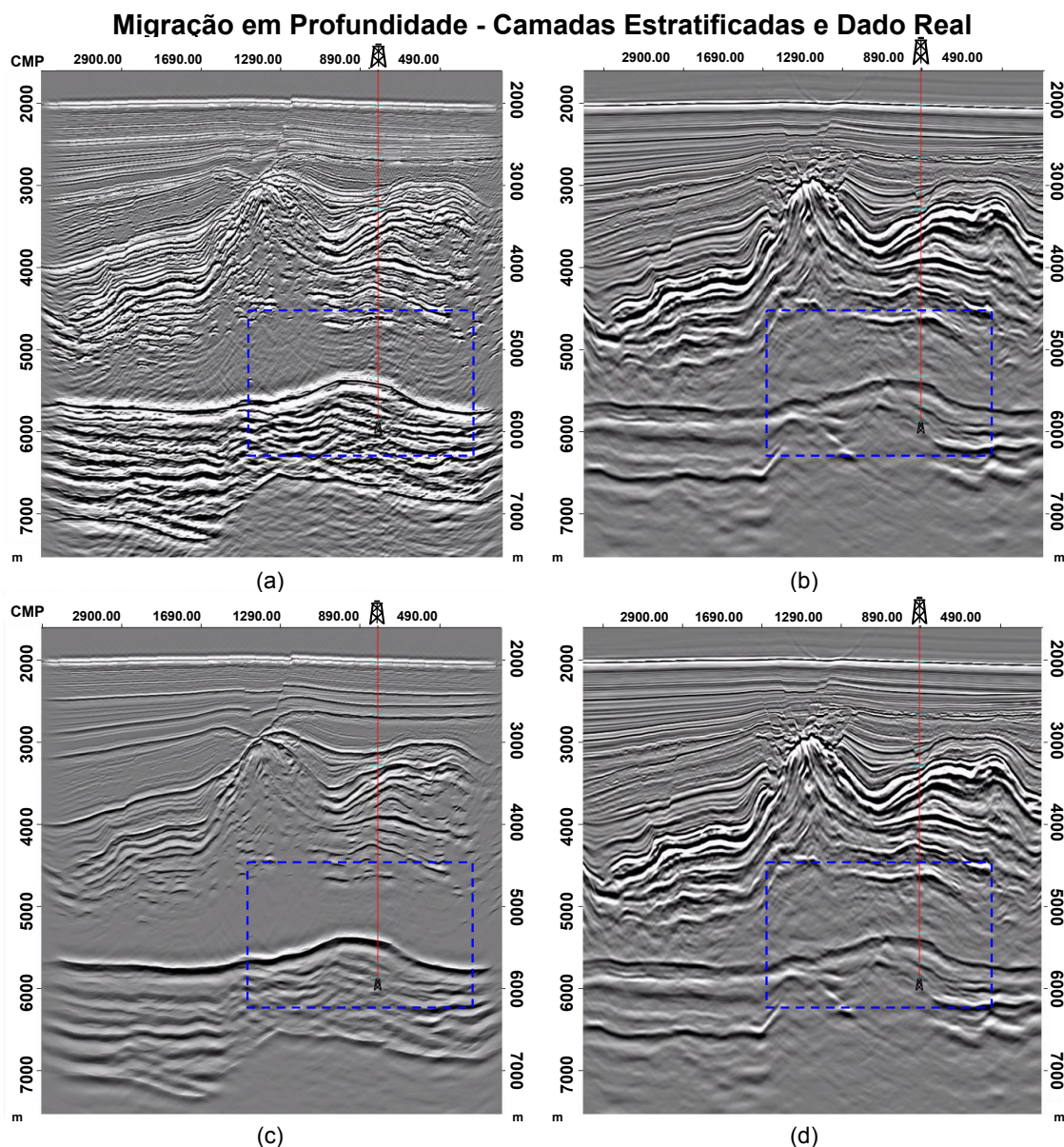


Figura 27 – Comparação das seções migradas estratificadas e dados reais. (a) Elástico e (c) viscoelástico e a seção do dado real (b e d), com ênfase no reservatório na região indicada pelo polígono em azul.

Com ênfase na região do reservatório, é possível observar eventos no dado elástico que não são tão expressivos no dado de campo devido à atenuação durante a propagação da onda no meio terrestre (Figuras 28a e 28b). Por sua vez, o dado viscoelástico se aproxima mais do dado de campo, destacando-se a similaridade na região do reservatório, onde os efeitos da atenuação intrínseca comprometem a resolução, não definindo bem as estratificações do modelo (Figuras 28c e 28d). Tais resultados qualitativos corroboram o comportamento esperado de viscoelasticidade dos materiais em subsuperfície.

Migração em Profundidade - Reservatório - Camadas Estratificadas e Dado Real

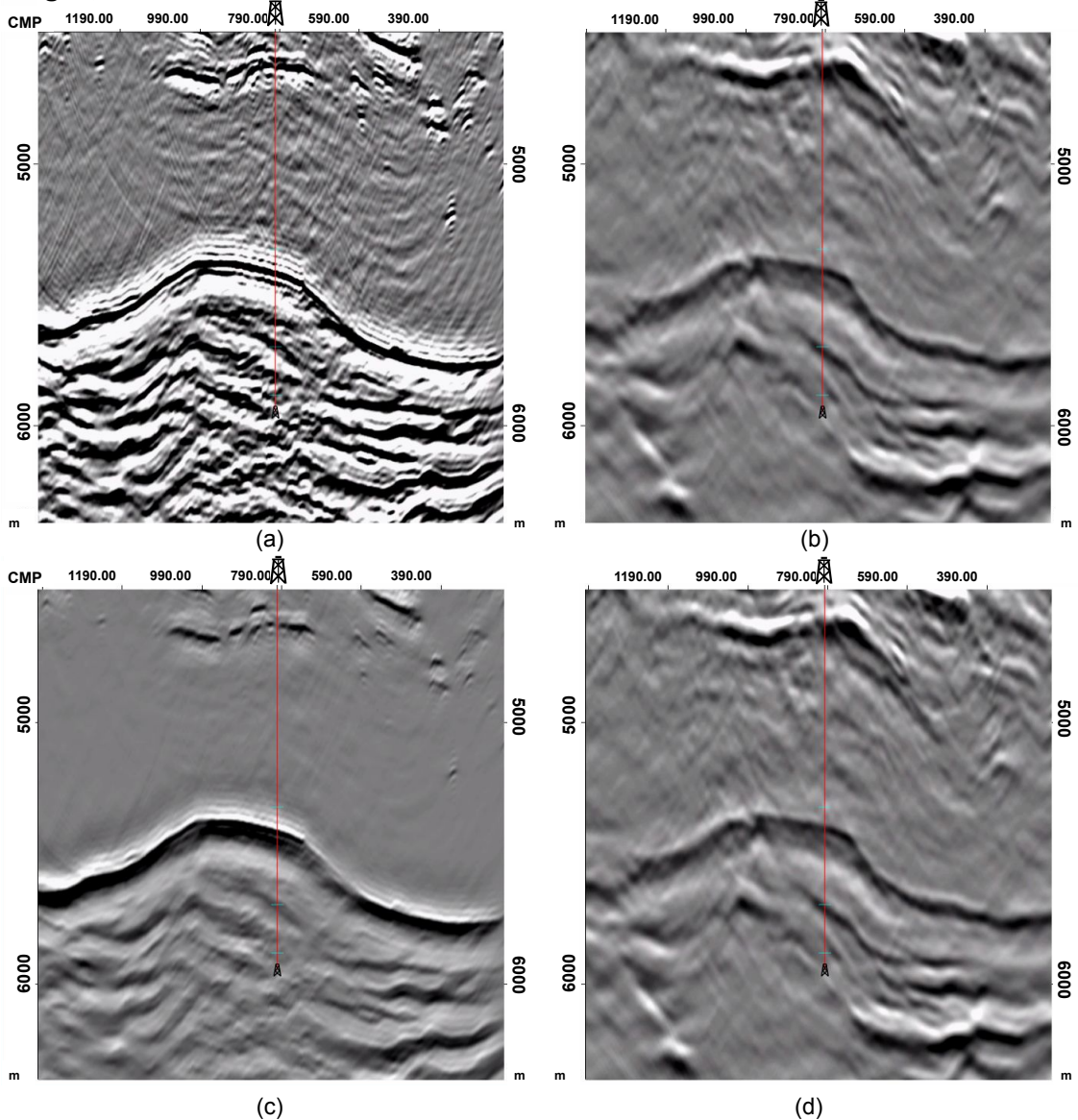


Figura 28 – Comparação das seções migradas estratificadas e dados reais sobre o reservatório. (a) elástico e (c) viscoelástico e a seção do dado real (b e d), com ênfase no reservatório. Região destacada na Figura 27.

A análise do traço no intervalo do reservatório em profundidade (Figura 29) enfatiza os eventos de topo e base do reservatório, sendo possível observar que as amplitudes do dado elástico possuem maior intensidade quando comparadas com o dado viscoelástico, evidenciando o efeito de atenuação. Além disso, é possível notar que existe uma diferença de fase entre os dados elásticos e viscoelásticos, evidenciando a dispersão do sinal.

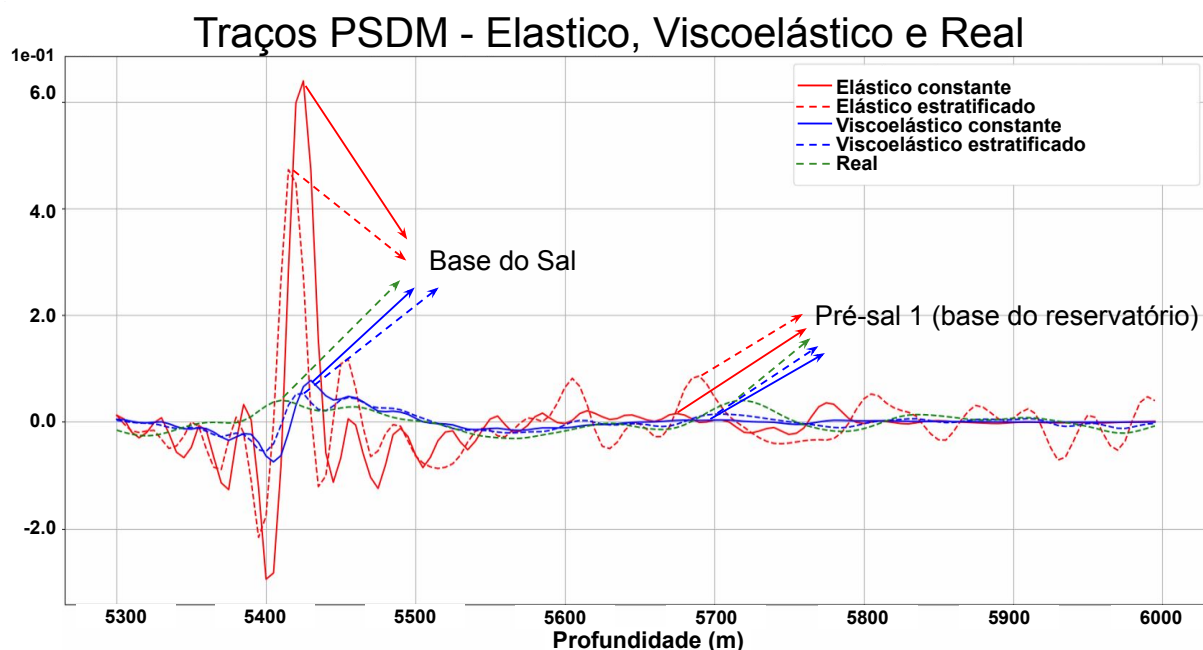


Figura 29 – Traços elásticos e viscoelásticos migrados em profundidade com ambos os modelos e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e à base do reservatório.

As formas de onda associadas aos dados sintéticos elásticos exibem maior discrepância em termos de amplitude e fase quando comparadas às observadas nos dados reais, enquanto os dados viscoelásticos demonstram uma correspondência mais próxima, tanto na resposta espectral quanto na forma do pulso sísmico (Figura 30). Observa-se ainda que o conteúdo de frequências e a evolução da fase nos dados viscoelásticos se assemelham de forma mais consistente aos dados reais, sendo o pulso caracterizado por um alargamento espectral compatível com o comportamento esperado em meios dissipativos (Figura 31). Esse alargamento está diretamente associado aos mecanismos de atenuação e dispersão intrínsecos ao meio, que são incorporados aos operadores de modelagem viscoelástica. Tais resultados indicam que a inclusão de efeitos viscoelásticos nos esquemas de propagação de onda contribui significativamente para a geração de respostas sísmicas mais realistas, tanto em termos de conteúdo espectral quanto na forma de onda.

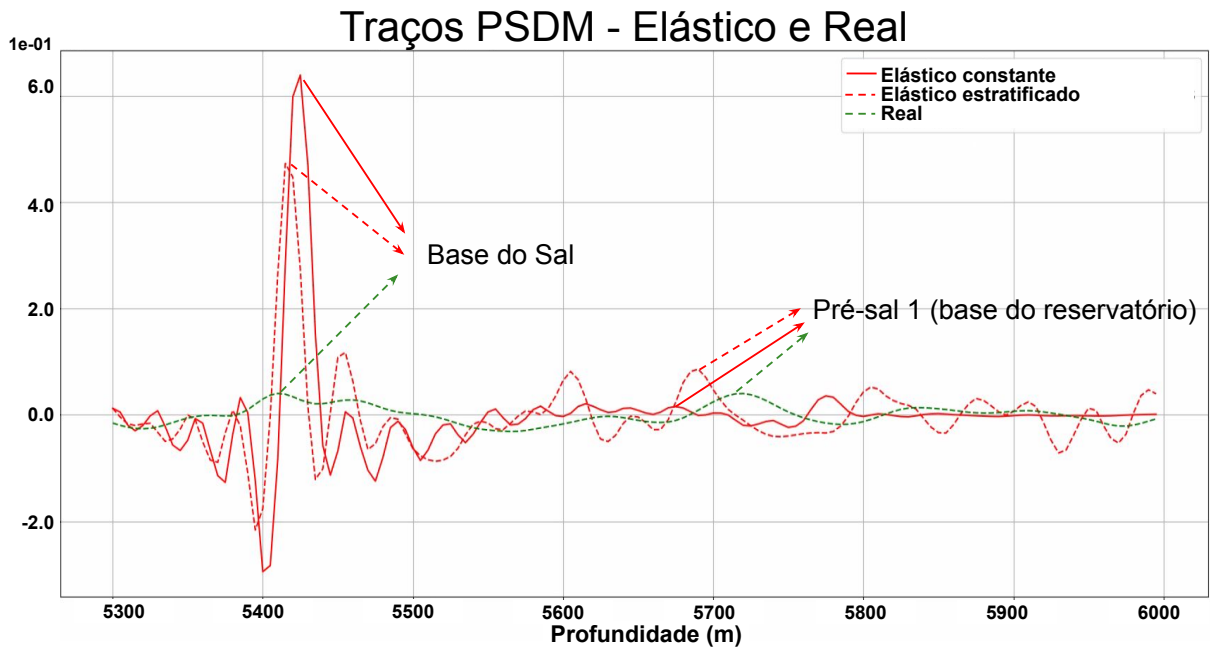


Figura 30 – Traços elásticos migrados em profundidade e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e à base do reservatório.

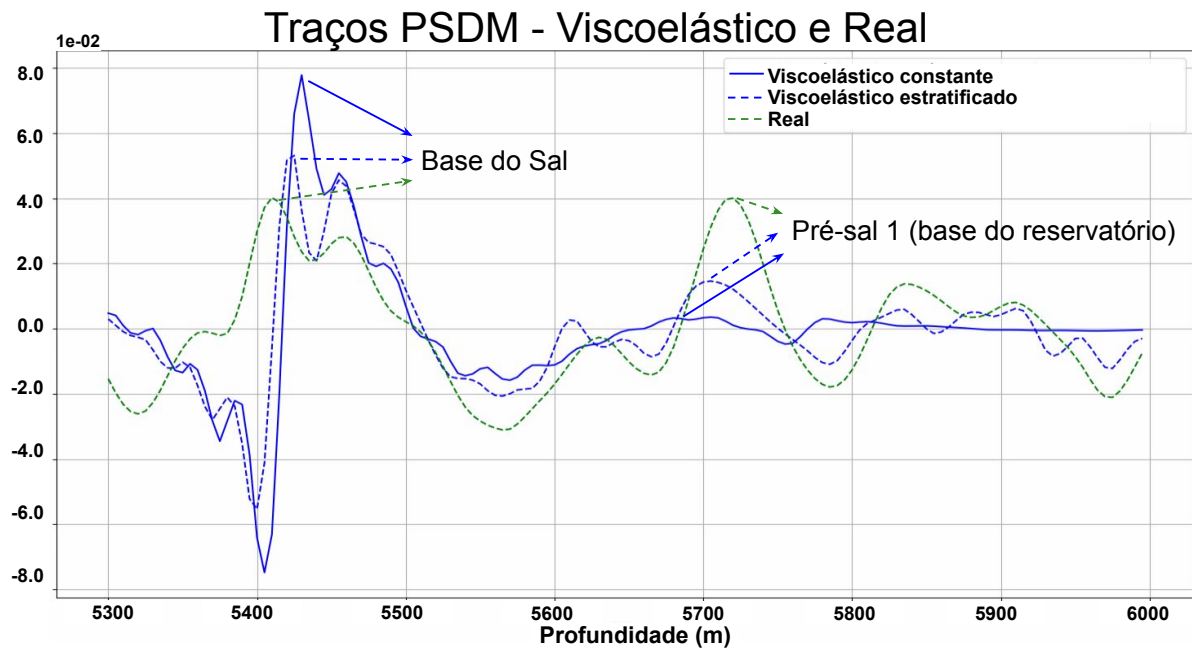


Figura 31 – Traços viscoelásticos migrados em profundidade e dado real, com foco nos picos de reflexão associados ao topo e à base do reservatório.

6 Conclusão

Os resultados obtidos neste trabalho evidenciam de forma clara os impactos significativos da atenuação viscoelástica na propagação das ondas sísmicas e nas respostas sísmicas geradas em modelos sintéticos representativos do contexto geológico do Pré-Sal. A análise integrada no domínio do tempo e da frequência demonstrou que os mecanismos de absorção e dispersão intrínsecos aos meios viscoelásticos provocam alterações substanciais na amplitude e no conteúdo espectral dos sinais sísmicos, resultando em efeitos perceptíveis nas seções migradas, especialmente em regiões de maior profundidade.

A redução sistemática dos componentes de altas frequências, observada nos dados viscoelásticos, compromete diretamente a resolução vertical da imagem sísmica, dificultando a identificação de interfaces geológicas sutis e a caracterização precisa de zonas de interesse, como os reservatórios carbonáticos do Pré-Sal. Além disso, a dispersão associada aos efeitos viscoelásticos induz modificações na fase das formas de onda, acarretando a rotação do pulso sísmico e potenciais erros de posicionamento nas interfaces refletoras, o que afeta diretamente a acurácia dos processos de imageamento sísmico.

A utilização de espectros multi-janelados e a análise da frequência de pico permitiram quantificar de forma robusta os efeitos da atenuação e da dispersão, revelando também indícios de atenuação aparente relacionados a limitações geométricas e à interferência construtiva entre eventos sísmicos. Tais análises reforçam a importância de uma abordagem integrada para a compreensão dos mecanismos que afetam a propagação da energia sísmica em meios complexos e heterogêneos.

Esta pesquisa contribui significativamente para o avanço do conhecimento sobre os efeitos da viscoelasticidade na sísmica de reflexão, fornecendo uma base metodológica sólida e resultados relevantes tanto para a comunidade científica quanto para a indústria de petróleo e gás. A aplicação das técnicas aqui discutidas tem potencial para aprimorar substancialmente a qualidade do imageamento sísmico em contextos geológicos complexos, como os encontrados nas camadas do Pré-Sal

Brasileiro, promovendo avanços na delimitação de reservatórios e no desenvolvimento de estratégias mais eficazes de exploração e produção de hidrocarbonetos.

Nesse sentido, os resultados obtidos reforçam a necessidade de considerar explicitamente os efeitos viscoelásticos em processos de modelagem, migração e inversão sísmica. Como perspectiva para trabalhos futuros, propõe-se o desenvolvimento e a aplicação de filtros inversos Q, com o objetivo de mitigar as perdas espectrais associadas à atenuação intrínseca, promovendo a recuperação da fidelidade do sinal e melhorando a qualidade da imagem sísmica. A validação desses filtros em dados sintéticos, seguida de sua aplicação em dados reais, constitui um passo fundamental rumo à obtenção de modelos geológicos mais realistas e à redução das incertezas em projetos de exploração.

Referências

- AKI, K. Scattering of P and S waves under the montana Lasin range. *Journal of Geophysical Research*, v. 78, n. 17, p. 1334–1346, 1973.
- AKI, K.; RICHARDS, P. *Quantitative Seismology (second edition)*. [S.l.]: University Science Books, 2002.
- ALFORD, R. M.; KELLY, K. R.; BOORE, D. M. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*, v. 39, n. 6, p. 834–842, 1974.
- ARAUJO, S.; GOUVEIA, W. P. Improved pre-salt imaging from post-salt high-resolution velocity updates. In: *14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 3-6 August 2015*. [S.l.]: Brazilian Geophysical Society, 2015. p. 1083–1085.
- AUGUSTO, F. O. A.; MOREIRA, R. M.; CETALE, M.; TOSTES, D. M.; FILHO, D. M. S. Comparative study of viscoelastic rheological models using finite-difference method and an evaluation of the seismic attenuation in the Búzios field data. *Pure and Applied Geophysics*, 2023. Publicado em 30 de junho de 2023. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s00024-023-03316-9>>.
- BAI, C.-Y.; ZHENG, Y. Viscoelastic full waveform inversion using an approximate constant q model. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 199, n. 2, p. 715–729, 2014.
- BERKHOUT, A. J. *Seismic Migration: Imaging of Acoustic Energy by Wave Field Extrapolation*. Elsevier, 1984. 277 p. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780444419040500036><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780444419040500012>>.
- BIONDI, B. L. *3D Seismic Imaging*. Society of Exploration Geophysicists, 2006. ISBN 978-1-56080-137-5. Disponível em: <<https://library.seg.org/doi/book/10.1190/1.9781560801689>>.
- BIOT, M. A. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *Journal of Applied physics*, American Institute of Physics, v. 27, n. 5, p. 459–467, 1956.
- BLANCH, J. O.; ROBERTSSON, J. O. A.; SYMES, W. W. Modeling of a constant Q: Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique. *Geophysics*, v. 60, n. 1, p. 176–184, 1995.
- BLEISTEIN, N.; COHEN, J.; STOCKWELL, J. W. *Mathematics of multidimensional seismic imaging, migration, and inversion*. Springer, 2001.
- BOHLEN, T. Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modelling. *Computers and Geosciences*, v. 28, n. 8, p. 887–899, 2002. ISSN 00983004.

- BORDING, R. P.; LINES, L. R. Seismic modeling and imaging with the complete wave equation ||. *vol. 10.1190/1.9781560801870*, Society of Exploration Geophysicists, v. 10.1190/1.9781560801870, jan 1997.
- BRACEWELL, R. N.; CHERRY, C.; GIBBONS, J. F.; HARMAN, W. W.; HEFFNER, H.; HEROLD, E. W.; LINVILL, J. G.; RAMO, S.; ROHRER, R. A. *McGraw-Hill Seires in Electrical and Computer Engineering*. [S.l.]: McGraw Hill Boston, 2000.
- BRANDO, G.; HUARD, B.; CYPRIANO, L. Imaging the presalt with elastic fwi using obn data. In: SEG. *SEG International Exposition and Annual Meeting*. [S.l.], 2023. p. SEG–2023.
- BUCKLEY, J.; BOSENCE, D.; ELDERS, C. Tectonic setting and stratigraphic architecture of an early cretaceous lacustrine carbonate platform, sugar loaf high, santos basin, brazil. *Special Publications*, The Geological Society of London London, v. 418, n. 1, p. 175–191, 2015.
- BULCÃO, A. *Modelagem e Migração Reversa no Tempo Empregando Operadores Elásticos e Acústicos*. 356 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2004.
- CAO, S.; HAN, D. Wide-band B-spline wavelet with four parameters. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*. [s.n.], 2011. p. 3840–3844. ISSN 10523812. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.3628007>>.
- CARCIONE, J. M. Seismic modeling in viscoelastic media. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 1, p. 110–120, 1993.
- CARCIONE, J. M. *Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media*. [S.l.]: Elsevier, 2007.
- CARCIONE, J. M.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R. Wave propagation simulation in a linear viscoacoustic medium. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 93, n. 2, p. 393–401, 1988.
- CARCIONE, J. M.; POLETTO, F. Seismic modeling and radiation from source arrays. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 2, p. T13–T26, 2013.
- CARCIONE, J. M.; URSIN, B.; NORDSKAG, J. I. Simulation of seismic attenuation using fractional derivatives. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 75, n. 6, p. T181–T191, 2014.
- CERJAN, C.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R.; RESHEF, M. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 50, n. 4, p. 705–708, 1985.
- CHRISTENSEN, R. M. *Theory of viscoelasticity*. [S.l.]: Courier Corporation, 1981.
- CHRISTENSEN, R. M. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. [S.l.]: Academic Press Inc., 1982. 369 p.
- CLAERBOUT, J. F. Imaging the Earth's Interior. *Current Practice*, p. 398, 1984.

- CLAYTON, R.; ENGQUIST, B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations. *Bulletin of the seismological society of America*, The Seismological Society of America, v. 67, n. 6, p. 1529–1540, 1977.
- COHEN, L. *Time-frequency analysis*. [S.l.]: Prentice Hall PTR New Jersey, 1995. v. 778.
- CRUZ, N.; CRUZ, J. N.; COSTA, M. M. da; URASAKI, E. A.; TEIXEIRA, L.; GROCHAU, M. 4d seismic applied to pre-salt carbonate reservoirs: challenges and results from tupi pilot, santos basin. In: *Second EAGE Conference on Pre-Salt Reservoir*. [S.l.]: European Association of Geoscientists & Engineers, 2021. v. 2021, n. 1, p. 1–5.
- Di Bartolo, L. Propagação de ondas aplicadas ao mapeamento geológico: formulação acústica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 43, 2021. ISSN 1806-9126.
- DONDURUR, D. *Acquisition and Processing of Marine Seismic Data*. Elsevier, 2018. iv p. ISBN 9780128114902. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/C20160015917>>.
- DUARTE, O. de O. *Dicionário enciclopédico inglês-português de geofísica e geologia*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Geofísica, 1997. ISBN 9788588690073.
- DUTTA, G.; SCHUSTER, G. T. Attenuation compensation for least-squares reverse time migration using the viscoacoustic wave equation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 79, n. 6, p. S251–S262, 2014.
- FERNANDEZ, D.; GE, Z.; LANSKY, C.; KING, R.; MENZEL-JONES, G.; EARNEY, M.; ALVAREZ, F. Understanding the pre-salt of santos basin, brazil using machine learning seismic interpretation on faults and horizons. In: *84th EAGE Annual Conference & Exhibition*. [S.l.]: European Association of Geoscientists & Engineers, 2023. v. 2023, n. 1, p. 1–5.
- FICHTNER, A. Full seismic waveform modelling and inversion. *Springer*, 2011.
- FREITAS, D. F.; CETALE, M.; JR, A. G. F.; SANTOS, L. A.; FILHO, D. M. S. Multi-window spectrum analysis of búzios oil field psdm seismic data applied to frequency attenuation study. *Journal of Applied Geophysics*, Elsevier, v. 213, p. 105015, 2023.
- FREITAS, D. F.; SIQUEIRA, R.; CETALE, M.; GONZÁLEZ, M.; SOARES, D. 3d velocity model building of búzios oil field—improvements and updates. *Proceedings of the IX Simpósio Brasileiro de Geofísica, Curitiba, PR, Brazil*, p. 4–6, 2022.
- FREITAS, F. D. S. Modelagem sísmica viscoelástica: avaliação paramétrica focada em cenário de exploração petrolífera. 2024.
- FUTTERMAN, W. I. Dispersive body waves. *Journal of Geophysical research*, Wiley Online Library, v. 67, n. 13, p. 5279–5291, 1962.
- GILES, K.; ROWAN, M. Concepts in halokinetic-sequence deformation and stratigraphy. *Geological Society of London Special Publications*, v. 363, p. 7–31, 02 2012.
- GRAY, S. H.; BLEISTEIN, N.; ETGEN, J. Seismic migration: A brief history and recent progress. *Geophysics*, v. 70, n. 5, p. S3–S12, 2005.

- GREEN, G. V. researches on the vibration of pendulums in fluid media. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh vol. 13 iss. 1*, v. 13, 1835. Disponível em: libgen.li/file.php?md5=b96511f8ec3770d3d398e5d739e84d98.
- HERTWECK, T.; JÄGER, C.; GOERTZ, A.; SCHLEICHER, J. Aperture effects in 2.5D Kirchhoff migration: A geometrical explanation. *Geophysics*, v. 68, n. 5, p. 1673–1684, 2003. ISSN 00168033.
- HUBRAL, P. Time migration - Some Ray Theoretical Aspects. *Geophysical Prospecting*, v. 25, n. 4, p. 738–745, dec 1977. ISSN 0016-8025. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1977.tb01200.x>.
- IZELI, M.; GROCHAU, M.; MAKINO, F.; SILVA, E. D.; SALGADO, M.; LIMA, A.; OLIVITO, J.; BIZOTTO, A.; DINIZ, J. Hybrid 4d seismic in a pre-salt field, Santos basin, Brazil: Gains from monitoring early production effects. In: *Fourth EAGE Conference on Pre-Salt Reservoir*. [S.l.]: European Association of Geoscientists & Engineers, 2024. v. 2024, n. 1, p. 1–5.
- JACKSON, I.; SAMIOTAKIS, M.; FAUL, U. H.; HOBBS, B. E. Physical mechanisms of seismic wave attenuation in reservoir rocks and link to permeability. *Geophysical Prospecting*, v. 59, n. 3, p. 477–491, 2011.
- JOHANN, P.; MONTEIRO, R. Geophysical reservoir characterization and monitoring at Brazilian pre-salt oil fields. In: . [S.l.: s.n.], 2016.
- JOHNSON, K. L.; GREENWOOD, J. A. The mechanics of adhesion of viscoelastic solids. *Philosophical Magazine A*, v. 43, n. 3, p. 697–711, 1981.
- JONES, T. D. Frequency-dependent seismic wave propagation through media with attenuation. *Geophysics*, v. 51, n. 10, p. 1939–1953, 1986.
- KARSOU, A. A.; ANDRADE, L. L. N. de; RODRIGUES, D. de C.; SILVA, R. C. M. da; GADIOLI, L. M.; COSTA, F. T. da; SANTOS, M. A. C.; LUPINACCI, W. M.; FILHO, D. M. S. Construction of a velocity model of the Brazilian pre salt based on Búzios Field - Preliminary results. In: *16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*. Rio de Janeiro: Brazilian Geophysical Society (SBGf), 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.22564/16cisbgf2019.095>.
- KELLY, K.; MARFURT, K. J. *Numerical modeling of seismic wave propagation*. [S.l.]: Soc of Exploration Geophysicists, 1990. v. 13.
- KJARTANSSON, E. Constant q-wave propagation and attenuation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Wiley Online Library, v. 84, n. B9, p. 4737–4748, 1979.
- KNOPOFF, L.; MACDONALD, G. J. F. Attenuation of small amplitude stress waves in solids. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 30, p. 1178–1192, Oct 1958.
- KOLSKY, H. *Stress Waves in Solids*. [S.l.]: Dover Publications, 1953. (Dover phoenix editions).
- KOLSKY, H. Lxxi. the propagation of stress pulses in viscoelastic solids. *Philosophical magazine*, Taylor & Francis, v. 1, n. 8, p. 693–710, 1956.

- KREBS, J.; ANDERSON, J.; HINKLEY, D.; LEE, S. Fast full-waveform inversion using a hybrid optimization method. *Geophysics*, v. 74, n. 6, p. WCC177–WCC188, 2009.
- KUWAHARA, M.; HACHIMURA, K.; EIHO, S.; KINOSHITA, M. Processing of ri-angiocardigraphic images. *Digital processing of biomedical images*, Springer, p. 187–202, 1976.
- LAHIRI, A. Basic optics: principles and concepts. Elsevier, 2016.
- LAKES, R. S. *Viscoelastic materials*. [S.l.]: Cambridge university press, 2009.
- LANGLOIS, J.; BAI, B.; HUANG, Y. Challenges of pre-salt imaging in brazil's santos basin-a case study on a variable-depth streamer data set. In: *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. [S.l.]: European Association of Geoscientists & Engineers, 2013. p. cp–348.
- LEADERMAN, H. *Elastic and creep properties of filamentous materials*. Tese (Doutorado) — MassaChusetts Institute of Technology, 1941.
- LEVANDER, A. R. Fourth-order finite-difference p-sv seismograms. *Geophysics*, v. 53, n. 11, p. 1425–1436, 1988.
- LEVANDER, A. R. Seismic scattering near the earth's surface. *Pure and Applied Geophysics*, Springer, v. 132, n. 1, p. 21–47, 1990.
- LINES, L. R.; SLAWINSKI, R.; BORDING, R. P. A recipe for stability of finite-difference wave-equation computations. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 64, n. 3, p. 967–969, 1999.
- LUO, Y.; MARHOON, M.; DOSSARY, S. A.; ALFARAJ, M. Edge-preserving smoothing and applications. *The leading edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 21, n. 2, p. 136–158, 2002.
- MITCHELL, A. R.; GRIFFITHS, D. F. *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*. 1. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons Incorporated, 1980.
- MOREIRA, J. L. P.; MADEIRA, C. V.; GIL, J. A.; MACHADO, M. A. P. *et al.* bacia de santos. *Boletim de Geociencias da PETROBRAS*, v. 15, n. 2, p. 531–549, 2007.
- MUFTI, I. R.; PITA, J. A.; HUNTLEY, R. W. Finite-difference depth migration of exploration-scale 3-d seismic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 61, n. 3, p. 776–794, 1996.
- MÜLLER, T. M.; GUREVICH, B.; LEBEDEV, M. *Seismic Attenuation and Dispersion due to Rock Physics*. [S.l.]: Elsevier, 2010. ISBN 978-0-444-53265-5.
- OPERTO, S.; MINIUSI, A.; RIBODETTI, A.; BROSSIER, R.; VIRIEUX, J.; ANDERSON, J. E.; PRATT, R. G. Efficient 3d frequency-domain full-waveform inversion using phase encoding and the dual domain method. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 3, p. R99–R124, 2009.
- OPERTO, S.; VIRIEUX, J.; DESSA, J.-X. Crank-nicolson finite-difference modelling for 2d acoustic and viscoacoustic wave propagation. *Geophysical Journal International*, v. 165, n. 2, p. 743–762, 2006.

- PENNA, R.; CAMARGO, G.; JOHANN, P. R.; DIAS, R. Challenges in seismic imaging and reservoir characterization of presalt oilfields in offshore Brazil. In: OTC. *Offshore Technology Conference*. [S.l.], 2013. p. OTC–24173.
- PICA, A.; DIET, J. P.; TARANTOLA, A. Nonlinear inversion of seismic reflection data in a laterally invariant medium. *Geophysics*, v. 55, n. 3, p. 284–292, 1990. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/10.1190/1.1442836>>.
- PRIDE, S. R.; BERRYMAN, J. G.; HARRIS, J. M. Seismic attenuation due to wave-induced flow. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 109, n. B1, 2004.
- RISTOW, J.; LANZMASTER, D.; JOUNO, F. Advances in obn imaging for pre-salt fields. In: *85th EAGE Annual Conference & Exhibition (including the Workshop Programme)*. [S.l.]: European Association of Geoscientists & Engineers, 2024. v. 2024, n. 1, p. 1–5.
- ROBERTSSON, J. O.; BLANCH, J. O.; SYMES, W. W. Viscoelastic finite-difference modeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 59, n. 9, p. 1444–1456, 1994.
- SATO, H.; CUI, T. Heterogeneity, scattering, attenuation, and anisotropy of seismic waves. *Proceedings of the Japan Academy, Series B*, v. 87, n. 7, p. 408–420, 2011.
- SATO, H.; FEHLER, M. C. *Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous Earth*. [S.l.]: Springer, 2002. ISBN 978-3-662-05964-7.
- SATO, H.; FEHLER, M. C.; MAEDA, T. *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*. [S.l.]: Springer, 2012. v. 496.
- SCHNEIDER, W. A. Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, v. 43, n. 1, p. 49–76, 1978. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1440828>>.
- SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. *Exploration Seismology*. Cambridge University Press, 1995. v. 39. 72–73 p. ISSN 00319201. ISBN 9780521462822. Disponível em: <<https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9781139168359/type/book>>.
- SZABO, T. L. Causality and attenuation: An analysis of Kramers-Kronig relations in anelastic media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 97, n. 1, p. 14–24, 1995.
- TOKSÖZ, M. N.; JOHNSTON, D. H.; TIMUR, A. Seismic attenuation: A laboratory and field evaluation. *Geophysics*, v. 44, n. 4, p. 681–690, 1979.
- VIRIEUX, J. Sh-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, v. 49, n. 11, p. 1933–1942, 1984.
- VIRIEUX, J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, v. 51, n. 4, 1986.
- VIRIEUX, J.; OPERTO, S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 74, n. 6, p. WCC1–WCC26, 2009.

- WU, R.-S. Attenuation of short period seismic waves due to scattering. *Geophysical Research Letters*, v. 9, n. 1, p. 9–12, 1982.
- WU, R.-S. Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—separation of scattering effect from intrinsic attenuation—i. theoretical modelling. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 82, n. 1, p. 57–80, 1985.
- WU, R.-S.; AKI, K. Scattering characteristics of elastic waves by an elastic heterogeneity. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 50, n. 4, p. 582–595, 1985.
- YANG, Q.; GAO, J.; ZHANG, Y.; LUO, Y. Viscoelastic waveform inversion using an adaptive complex-valued optimization method. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 83, n. 3, p. R237–R252, 2018.
- YILMAZ, Ö. *Seismic Data Analysis*. Society of Exploration Geophysicists, 2001. i–xxiv p. ISBN 978-1-56080-094-1. Disponível em: <<https://library.seg.org/doi/book/10.1190/1.9781560801580>>.
- YILMAZ, Ö.; DOHERTY, S. *Seismic Data Processing*. Society of Exploration Geophysicists, 1987. (Investigations in geophysics). ISBN 9780931830464. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ecspwgEACAAJ>>.
- ZHU, J.; LINES, L. R. Comparison of Kirchhoff and reverse-time migration methods with applications to prestack depth imaging of complex structures. *1996 SEG Annual Meeting*, p. 539–542, 1996.
- ZHU, J.; MCMECHAN, G. A. Numerical implementation of viscoelastic modeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 56, n. 9, p. 1515–1526, 1991.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; EMSON, C.; BETTESS, P. A novel boundary infinite element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* vol. 19 iss. 3, v. 19, mar 1983.

Apêndices

APÊNDICE A – Modelagem Numérica

Neste tópico, são abordados assuntos teóricos a respeito da modelagem sísmica e da importância de utilizar aproximações matemáticas associadas aos parâmetros físicos para representar um meio elástico e isotrópico. Interpretações de fenômenos físicos, na maioria dos casos, são realizadas por meio de processos nos quais os dados pertinentes são simplificados a uma essência que admite um tratamento matemático, como o uso de métodos numéricos. A título de exemplo, citam-se o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Elementos Finitos (MEF), o Método dos Volumes Finitos (MVF) e o Método dos Elementos de Contorno (Bulcão, 2004).

Uma modelagem pode ser compreendida a partir de métodos que simulam fenômenos físicos ou matemáticos de uma estrutura ou sistema (Duarte, 1997). Por sua vez, a modelagem numérica de dados sísmicos representa uma ferramenta de fundamental importância para descrever o fenômeno de propagação de ondas desde a fonte até o seu registro em receptores. Alguns objetivos da modelagem são aqui destacados, dentre eles, a avaliação das possibilidades, limitações e contornos nos métodos sísmicos, a otimização dos parâmetros de aquisição, o fornecimento de dados sísmicos de entrada para avaliar programas de processamento sísmico (como esquemas de Migração) e a verificação da resposta sísmica (Berkhout, 1984 apud Bulcão, 2004).

As soluções dos problemas de propagação de onda pelo MDF são amplamente utilizadas, particularmente em estruturas geometricamente complexas em subsuperfície, devido a dificuldade de se obter soluções analíticas para estes casos (Alford; Kelly; Boore, 1974). Desse modo, tradicionalmente, é feita a *discretização* da equação 2.16 por meio deste método, devido às particularidades e características do problema de propagação de ondas aplicadas à Geofísica.

A ideia principal por trás deste método numérico baseia-se em aproximar as derivadas parciais da equação diferencial que rege o problema, utilizando uma expansão truncada da série de Taylor (Zienkiewicz; Emson; Bettess, 1983 apud Bulcão, 2004). Desse modo, a discretização consiste em atribuir valores da função incógnita aos pontos específicos em uma malha com pontos distribuídos espacialmente (pontos

nodais), a partir da equação algébrica resultante. Destaca-se a principal dificuldade do Método das Diferenças Finitas em contemplar problemas em que o domínio físico possui formas geométricas mais complexas, uma vez que a malha utilizada apresenta espaçamentos regulares. Outro ponto que merece destaque é a aplicação das condições de contorno. Para que o problema tenha uma solução bem definida, deve-se determinar as condições iniciais e as condições de contorno adequadas ao problema. Dois tipos de condições de contorno são comumente utilizados, conhecidos como condições essenciais (de Dirichlet), que utilizam o valor do campo prescrito, e condições naturais (de Neumann), nas quais o valor da derivada do campo é prescrito (Di Bartolo, 2021).

A seguir, é apresentada uma malha intercalada (do inglês, *staggered grid*), utilizada na discretização temporal e espacial, com operadores de segunda e quarta ordens, respectivamente, definidos para as diferentes grandezas envolvidas (Virieux, 1984; Levander, 1988). A Figura 32 aponta os locais em que são atribuídos os valores das grandezas envolvidas na *discretização* do conjunto de Equações da Elastodinâmica (Eq. 2.16), em função das velocidades das partículas e do tensor de tensões.

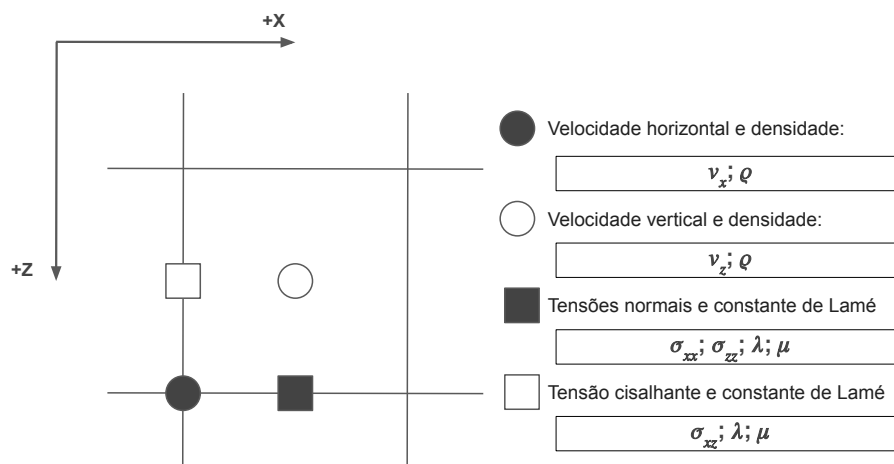


Figura 32 – Discretização do meio em uma malha intercalada. Os círculos indicam informações de velocidades e densidades em um instante de tempo $t\Delta t$. Os quadrados representam informações das tensões e as constantes de Lamé em um instante de tempo defasado positivamente $(t + 1/2)\Delta t$, adaptado de Virieux (1986).

Cabe destacar uma característica deste método originalmente proposto por Virieux (1984;1986), que se trata da capacidade de simular o acoplamento entre meios acústicos ($v_s = 0$) e elásticos ($v_s \neq 0$). Tal característica se mostra de extrema importância, por exemplo, para reservatórios de óleo e gás que se encontram em

modelos geológicos marítimos ou *offshore*, onde deve-se considerar a lâmina d'água que antecede o cenário das camadas rochosas (Bulcão, 2004).

A seguir, o sistema de Equações (A.1) apresenta a discretização dos operadores elásticos de segunda ordem espacial e quarta ordem temporal para o conjunto de Equações da Elastodinâmica, sem considerar o termo fonte. Para a discretização, considera-se um distanciamento h entre os valores do campo de velocidades das partículas e as propriedades elásticas correspondentes, que é a metade do intervalo entre os pontos da malha, conforme a Figura 32.

Na mesma malha, define-se uma defasagem temporal de $\Delta t/2$ entre as velocidades das partículas e as tensões. Tal fato determina, em termos de implementação computacional, que a atualização dos campos de velocidade das partículas e dos campos de tensão deve ser feita em duas etapas.

Inicialmente, calculam-se os campos de velocidade das partículas em função dos campos do tensor de tensão, e, em seguida, os campos do tensor de tensão podem ser atualizados em função dos novos campos de velocidade das partículas:

$$v_{x[i,j]}^{t+\Delta t/2} = v_{x[i,j]}^{t-\Delta t/2} + \frac{2\Delta t}{48h} \frac{1}{\rho[i,j]} \left(-\sigma_{xx}^t[i+3/2,j] + 27 \left(\sigma_{xx}^t[i+1/2,j] - \sigma_{xx}^t[i-1/2,j] \right) + \sigma_{xx}^t[i-3/2,j] \right) \\ - \sigma_{xz}^t[i,j+3/2] + 27 \left(\sigma_{xz}^t[i,j+1/2] - \sigma_{xz}^t[i,j-1/2] \right) + \sigma_{xz}^t[i,j-3/2] \right)$$

$$v_{z[i,j]}^{t+\Delta t/2} = v_{z[i,j]}^{t-\Delta t/2} + \frac{2\Delta t}{48h} \frac{1}{\rho[i,j]} \left(-\sigma_{xz}^t[i+3/2,j] + 27 \left(\sigma_{xz}^t[i+1/2,j] - \sigma_{xz}^t[i-1/2,j] \right) + \sigma_{xz}^t[i-3/2,j] \right) \\ - \sigma_{zz}^t[i,j+3/2] + 27 \left(\sigma_{zz}^t[i,j+1/2] - \sigma_{zz}^t[i,j-1/2] \right) + \sigma_{zz}^t[i,j-3/2] \right)$$

(A.1)

As derivadas parciais da velocidade das partículas em relação aos eixos X e Z, para o cálculo dos campos do tensor de tensão, podem ser expressas na seguinte forma discretizada:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial v_x}{\partial x} \right|_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} &= -v_{x[i+3/2,j]}^{t+\Delta t/2} + 27 \left(v_{x[i+1/2,j]}^{t+\Delta t/2} - v_{x[i-1/2,j]}^{t+\Delta t/2} \right) + v_{x[i-3/2,j]}^{t+\Delta t/2} = A_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}, \\
\left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} &= -v_{x[i,j+3/2]}^{t+\Delta t/2} + 27 \left(v_{x[i,j+1/2]}^{t+\Delta t/2} - v_{x[i,j-1/2]}^{t+\Delta t/2} \right) + v_{x[i,j-3/2]}^{t+\Delta t/2} = B_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}, \\
\left. \frac{\partial v_z}{\partial x} \right|_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} &= -v_{z[i+3/2,j]}^{t+\Delta t/2} + 27 \left(v_{z[i+1/2,j]}^{t+\Delta t/2} - v_{z[i-1/2,j]}^{t+\Delta t/2} \right) + v_{z[i-3/2,j]}^{t+\Delta t/2} = C_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}, \\
\left. \frac{\partial v_z}{\partial z} \right|_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} &= -v_{z[i,j+3/2]}^{t+\Delta t/2} + 27 \left(v_{z[i,j+1/2]}^{t+\Delta t/2} - v_{z[i,j-1/2]}^{t+\Delta t/2} \right) + v_{z[i,j-3/2]}^{t+\Delta t/2} = D_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}.
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Dessa forma, é possível calcular o campo do tensor de tensão a partir das seguintes expressões.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx[i,j]}^{t+\Delta t} &= \sigma_{xx[i,j]}^t + \frac{2\Delta t}{48h} \left[(\lambda + 2\mu) A_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + \lambda D_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} \right], \\
\sigma_{zz[i,j]}^{t+\Delta t} &= \sigma_{zz[i,j]}^t + \frac{2\Delta t}{48h} \left[(\lambda + 2\mu) D_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + \lambda A_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} \right], \\
\sigma_{xz[i,j]}^{t+\Delta t} &= \sigma_{xz[i,j]}^t + \frac{2\Delta t}{48h} \mu \left[B_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + C_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} \right].
\end{aligned} \tag{A.3}$$

A prescrição de uma fonte sísmica se faz necessária, portanto, para iniciar uma perturbação elástica no meio, utilizando as componentes associadas às tensões normais, definidas na mesma posição da malha intercalada (Virieux, 1986). Desse modo, adiciona-se o termo fonte dado por $F(t)$, atualizando as componentes σ_{xx} e σ_{zz} em função do tempo, em um ponto específico da malha $[i, j]$ no caso bidimensional (2D), a partir das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx[i,j]}^{t+\Delta t} &= \sigma_{xx[i,j]}^{t-\Delta t} + F(t), \\
\sigma_{zz[i,j]}^{t+\Delta t} &= \sigma_{zz[i,j]}^{t-\Delta t} + F(t).
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Além da formulação para meios puramente elásticos, a modelagem numérica da propagação de ondas pode ser estendida para incorporar os efeitos da atenuação viscoelástica, o que é essencial para representar de forma mais realista a resposta sísmica de materiais geológicos reais. A introdução de mecanismos dissipativos na equação da onda é realizada por meio de modelos constitutivos que descrevem a relação entre tensão e deformação, levando em conta a dependência temporal das propriedades reológicas do meio. Para esse fim, modelos como os de Maxwell, Kelvin-Voigt e Zener são frequentemente empregados para representar o comportamento viscoelástico dos materiais (Carcione; Ursin; Nordskog, 2014).

A implementação do método das diferenças finitas para a equação da onda viscoelástica segue uma abordagem semelhante à utilizada para meios puramente elásticos, mas com a inclusão de variáveis auxiliares que descrevem o processo de relaxação. No caso do modelo de Zener generalizado, que é amplamente utilizado em aplicações geofísicas, o campo de tensões é decomposto em uma parte elástica e outra que evolui temporalmente segundo uma equação diferencial adicional. A discretização numérica dessas equações requer a atualização das tensões e velocidades das partículas em uma malha intercalada, similar àquela utilizada para o caso elástico, mas incorporando também os termos responsáveis pela dissipação de energia (Robertsson; Blanch; Symes, 1994; Bohlen, 2002).

A seguir, apresenta-se a formulação do Método das Diferenças Finitas para a propagação de ondas viscoelásticas, considerando a incorporação dos mecanismos de relaxação. A equação da onda viscoelástica é derivada a partir da introdução dos módulos de relaxação na relação constitutiva, modelando o comportamento dissipativo do meio. Assim, o conjunto de equações diferenciais governantes é estendido para incluir variáveis adicionais que descrevem a evolução temporal das tensões anelásticas (Carcione; Poletto, 2013).

A discretização é feita utilizando um esquema similar ao caso puramente elástico, mantendo a malha intercalada, mas adicionando as variáveis auxiliares de relaxação r_{ij} , responsáveis por capturar o efeito da dissipação sísmica. A evolução temporal dessas variáveis, utilizando o esquema de diferenças finitas explícito de primeira ordem no tempo, é dada por:

$$\begin{aligned}
r_{xx}^{t+\Delta t} &= r_{xx}^t + \frac{\Delta t}{\sigma} [\sigma_{xx}^t - r_{xx}^t], \\
r_{zz}^{t+\Delta t} &= r_{zz}^t + \frac{\Delta t}{\sigma} [\sigma_{zz}^t - r_{zz}^t], \\
r_{xz}^{t+\Delta t} &= r_{xz}^t + \frac{\Delta t}{\sigma} [\sigma_{xz}^t - r_{xz}^t].
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Com essas correções, a equação constitutiva modificada assume a forma

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^{t+\Delta t} &= \sigma_{xx}^t + \frac{2\Delta t}{48h} [(\lambda + 2\mu)A_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + \lambda D_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}] + r_{xx}^{t+\Delta t}, \\
\sigma_{zz}^{t+\Delta t} &= \sigma_{zz}^t + \frac{2\Delta t}{48h} [(\lambda + 2\mu)D_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + \lambda A_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}] + r_{zz}^{t+\Delta t}, \\
\sigma_{xz}^{t+\Delta t} &= \sigma_{xz}^t + \frac{2\Delta t}{48h} \mu [B_{[i,j]}^{t+\Delta t/2} + C_{[i,j]}^{t+\Delta t/2}] + r_{xz}^{t+\Delta t}.
\end{aligned} \tag{A.6}$$

A prescrição da fonte sísmica segue uma abordagem semelhante à do caso elástico, com a inclusão do termo $F(t)$ nas equações das tensões normais. Essas equações descrevem a propagação de ondas sísmicas em meios viscoelásticos, incorporando dissipação e dispersão por meio dos termos de relaxação. Esse modelo é essencial para capturar a resposta sísmica de meios reais, especialmente em contextos geológicos complexos, como reservatórios do pré-sal.

A.1 Critérios de Dispersão Numérica e Estabilidade

Como discutido anteriormente, as iterações computacionais utilizadas no método das diferenças finitas requerem definições espaciais e temporais como critério para a amostragem. A respeito das soluções computacionais para a equação da onda, deve-se atentar às condições para que não haja instabilidade numérica durante as iterações

a serem executadas. A amostragem espacial é geralmente o fator escolhido para evitar dispersões da malha na solução, possibilitando a determinação mais adequada para a amostragem temporal (Kelly; Marfurt, 1990 apud Lines; Slawinski; Bording, 1999).

A seguir, é apresentada a relação de estabilidade nomeada “Bording’s conjecture” (Lines; Slawinski; Bording, 1999). Este critério demonstra que, para uma malha de tamanho h , tempo de amostragem com intervalo Δt , e uma velocidade sísmica máxima v_{max} , a condição de estabilidade computacional para uma aproximação por MDF depende da ordem nas séries de expansão polinomial de Taylor (Bording; Lines, 1997), e é dada por:

$$\frac{\Delta t v_{max}}{h} \leq \sqrt{\frac{a_t}{a_s}}. \quad (\text{A.7})$$

onde a_t é a soma dos coeficientes para o operador temporal e a_s é a soma dos coeficientes do operador no espaço. A relação à esquerda da Eq. A.7 é conhecida como a Condição de Courant, que, essencialmente, garante a estabilidade do problema (Mitchell; Griffiths, 1980 apud Lines; Slawinski; Bording, 1999). Além disso, o valor máximo para o espaçamento da malha, dado por h , que pode ser utilizado sem causar dispersão excessiva de energia, pode ser obtido pela seguinte relação, discutida por Mufti, Pita e Huntley (1996)

$$h \leq \frac{c_{min}}{\eta f_{max}}, \quad (\text{A.8})$$

onde c_{min} é o valor de velocidade mínimo do modelo, f_{max} é a frequência máxima do dado a ser migrado, e η é o número de amostras por comprimento de onda mínimo dado por $\lambda_{min} = c_{min}/f_{corte}$. Análises de dispersão para modelagem sísmica demonstram que os comprimentos de onda mais curtos em um modelo precisam ser amostrados em pelo menos $\eta = 5$ pontos da malha (Levander, 1988).

A.2 Efeitos de Borda

Durante uma modelagem sísmica, deve-se considerar criteriosamente as condições de contorno do modelo geológico utilizado. Em um cenário real,

considera-se que as ondas se propagam em um meio infinito (ou semi-infinito), onde, na prática, as ondas se propagam livremente pelo interior da Terra. Dessa forma, eventos de reflexão são considerados fenômenos físicos naturais e não artefatos.

Portanto, ao se tratar de um modelo geológico como uma região limitada espacialmente, os efeitos de reflexão que ocorrem com a propagação da onda nas proximidades da fronteira do modelo, ou seja, nas regiões de borda, devem ser considerados com atenção. Em alguns casos, o coeficiente de reflexão elevado na superfície superior pode ser modelado corretamente como um alto contraste de impedância entre o ar e a água em aquisições *offshore*, por exemplo. No entanto, as regiões laterais e inferiores, em geral, são tratadas como fronteiras transmissíveis, também conhecidas como absorptivas ou infinitas, e, em essência, significam que são regiões não reflexivas (Clayton; Engquist, 1977 apud Bording; Lines, 1997).

Uma alternativa, por exemplo, para o problema das bordas no modelo de velocidades é a utilização numérica do Método de Zonas de Amortecimento (do inglês, *Damping Zones Method*) (Cerjan *et al.*, 1985). Neste método, fixam-se regiões absorptivas, e as amplitudes das grandezas associadas à propagação do campo de ondas são atenuadas por um fator arbitrário em um intervalo de pontos da malha previamente definido. Neste método, conhecido como Condição de Fronteira Absortiva (do inglês, *Absorbing Boundary Condition*) (ABC), proposto por Clayton e Engquist (1977), são fixadas regiões no domínio do modelo, e as amplitudes das grandezas associadas à propagação do campo de ondas são atenuadas por um fator arbitrário em um intervalo de pontos da malha previamente definido.

Na seção de metodologia deste trabalho, ilustra-se o sismograma do dado sintético gerado sem a atenuação das múltiplas, comparado com o seu sismograma após a aplicação das condições de borda. Os artefatos gerados pelas fronteiras não atenuadas nos dados tornam o processo de migração impraticável (Cerjan *et al.*, 1985). A seguir, é apresentada uma expressão que representa um decaimento exponencial aplicado às camadas de amortecimento, conhecida como condição de Cerjan, dada por:

$$w(l) = \exp [-(fat(n_{bord} - l))^2], \quad (\text{A.9})$$

onde, w é o fator de decaimento que deve ser multiplicado às grandezas envolvidas no problema da propagação de ondas; fat é o fator de amortecimento; l é um índice referencial que posiciona o início da zona de amortecimento em relação às bordas;

e, por fim, n_{bord} representa a quantidade de pontos da malha que define a zona de amortecimento. A Figura 33 ilustra a zona de amortecimento, onde é aplicada uma função de absorção. Note que, neste exemplo, a região contempla todos os lados do modelo. Porém, nem sempre essa configuração é a desejada quando se pretende, por exemplo, considerar múltiplas associadas a interface de superfície superior em casos de limites entre o mar e o ar ou mesmo entre a terra e o ar.



Figura 33 – Ilustração de uma Zona de Amortecimento. Em vermelho é delimitada a região do modelo e em azul a Zona de Amortecimento, a extensão desta zona se dá em função do número de pontos além da malha do modelo η_{bord} .